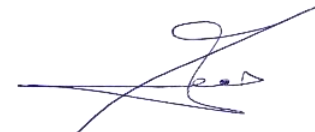


ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

На правах рукописи



КБЕЙЛИ ДЖААФАР

**РАСЧЕТ СООРУЖЕНИЙ НА СЕЙСМИЧЕСКИЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ С УЧЕТОМ
ИЗМЕНЕНИЯ КОНСТРУКТИВНОЙ СХЕМЫ В ПРОЦЕССЕ КОЛЕБАНИЙ**

2.1.9 Строительная механика

Диссертация на соискание ученой степени

кандидата технических наук

Научный руководитель:

доктор технических наук, профессор

Чернов Юрий Тихонович

Москва – 2024

ОГЛАВЛЕНИЕ

ОГЛАВЛЕНИЕ	2
ВВЕДЕНИЕ.....	6
ГЛАВА 1. СОСТОЯНИЕ ВОПРОСА И ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ.....	13
1.1. Общие положения о сейсмических воздействиях и их последствиях.....	13
1.1.1. Тектонические землетрясения	13
1.1.2. Вулканические землетрясения	15
1.1.3. Землетрясения, вызванные человеческой деятельностью	15
1.2. Проектирование сейсмостойких сооружений.....	17
1.3. Системы виброзащиты	18
1.4. Классификация землетрясений.....	20
1.4.1. Шкала Медведева–Шпонхойера–Карника (MSK)	20
1.4.2. Европейская макросейсмическая шкала (EMS).....	21
1.4.3. Шкала интенсивности землетрясений Меркалли.....	22
1.4.3. Шкала Рихтера	22
1.5. Методы расчета конструкций на кинематические (сейсмические) воздействия	23
1.5.1. Линейный статический метод.....	23
1.5.2. Нелинейный статический метод.....	24
1.5.3. Нелинейный динамический метод	25
1.5.4. Метод, основанный на передаточных (ПФ) и импульсных переходных функциях (НПФ) линейных систем с конечным числом степеней свободы и их связи.....	25

1.6. Основные положения методов расчета, принятых и разработанных в представленной работе	25
Приложение 1.1	26
ГЛАВА 2. РАСЧЕТ СООРУЖЕНИЙ НА СЕЙСМИЧЕСКИЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ С УЧЕТОМ ИЗМЕНЕНИЯ КОНСТРУКТИВНОЙ СХЕМЫ НА КАЖДОМ ШАГЕ ПО ВРЕМЕНИ	29
2.1. Метод расчета сооружений на сейсмические воздействия с учетом изменения конструктивной схемы (шаговый метод по времени).....	30
2.1.1. Основы расчета сооружений на сейсмические воздействия по методу «нормальных форм»	30
2.1.2. Этапы расчета сооружений на сейсмические воздействия с учетом изменения конструктивной схемы (шаговый метод по времени)	33
2.2. Расчет коэффициента неупругой работы конструкции K_1	37
2.3. Пример расчета.....	39
2.3.1. Расчет плоской рамы	39
2.3.2. Расчет каркасного здания.....	46
2.3.3 Вывод по результатам рассмотренных примеров	54
ГЛАВА 3. РАСЧЕТ СИСТЕМ ВИБРОЗАЩИТЫ СООРУЖЕНИЙ ПРИ ПРОИЗВОЛЬНЫХ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ	56
3.1. Расчет системы с двумя степенями свободы (методом передаточных и импульсных переходных функций) при кинематическом воздействии	59
3.2. К расчету системы с 3-мя степенями свободы (метод передаточных и импульсных переходных функций) при кинематическом воздействии	64
3.3. Системы виброзащиты здания с выключающимися связями при кинематическом воздействии	69

3.3.1. Система с выключающимися связями с одной степенью свободы	69
3.3.2 Система с выключающимися связями с 2-мя степенями свободы.....	72
ГЛАВА 4. УЧЕТ ГОРИЗОНТАЛЬНО-ВРАЩАТЕЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ ФУНДАМЕНТОВ ПРИ ВЫЧИСЛЕНИИ СЕЙСМИЧЕСКИХ СИЛ	78
4.1. Основные зависимости и алгоритм расчета.....	80
4.2. Передаточные и импульсные переходные функции в задачах расчета плоских колебаний массивных тел в грунте	84
4.3 Пример расчета.....	87
4.5 Выводы.....	94
ГЛАВА 5. ПРИМЕРЫ РАСЧЕТА	95
5.1. Расчет сооружений на сейсмические воздействия с учетом изменения конструктивной схемы при колебаниях (шаговый метод по времени) и метод Pushover	95
Результаты примера заключается в сравнении двух методов (предложенным методом в работы и методом Pushover) при определении значения коэффициента k_1 , а также с значениями k_1 которые приняты в наших нормах.	95
5.2 Расчет виброизолированного здания с нелинейными характеристиками при кинематическом воздействии (смещении основания)	101
5.3 Примеры расчета систем с конечным числом степеней свободы при произвольных кинематических воздействиях	106
5.3.1 Системы с одной степенью свободы (рис.3.1).....	106
5.3.2 Системы с двумя степенями свободы с динамическим гасителем.....	109
5.3.2.1 Задача динамического гасителя	109
5.3.2.2 Системы с двумя степенями свободы при произвольных кинематических воздействиях.....	111

ЗАКЛЮЧЕНИЕ	113
СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ.....	116
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	117
ПРИЛОЖЕНИЕ А	130

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования.

Землетрясение – одно из наиболее опасных стихийных бедствий, последствия которого могут приводить к экологическим катастрофам, включая разрушение сооружений, подъездных путей, нарушение водоснабжения и электрического снабжения и, что самое главное, к значительным человеческим жертвам.

Предварительные расчёты и анализ последствий землетрясений и разработанные на их основе рекомендации во многих случаях позволяют избежать или уменьшить возможные тяжелые последствия.

Наряду с широко развивающимися численными методами, одним из наиболее широко распространённых остаётся спектральный (квазистатический) метод, который, по существу, принят в основных нормативных документах, в частности, в СП 14.13330.2018.

Основная цель диссертационной работы – оценить или уточнить основные параметры, которые могут иметь значительное влияние на величины сейсмических сил и, в частности, коэффициент K_1 (учитывающий неупругие деформации и коэффициент динамичности β).

В представленной работе методы и вычислительные алгоритмы разработаны на основе спектрального метода в сочетании с пошаговым методом по времени, что позволяет на каждом этапе уточнять изменение конструктивной схемы здания, вычислять коэффициент динамичности, и на конечном этапе – значения коэффициента K_1 .

В рамках общей темы, которая определена в названии работы, были рассмотрены дополнительные задачи, которые также соответствуют общей цели работы, а именно:

- оценка влияния горизонтально-вращательных колебаний фундамента (плоский случай) на величины сейсмических сил;

- уточнение частотных зон вблизи резонанса, в которых при изменении конструктивной схемы, связанном с выключением отдельных связей, могут значительно измениться частоты собственных колебаний и, как следствие, может произойти отстройка от резонанса.

Сказанное выше, по существу, и определяет актуальность настоящей диссертации.

Степень разработанности темы исследования.

Рассмотрены научных работ, посвященные вопросам методов сейсмического анализа и расчётов конструкций с линейными и нелинейными характеристиками, учитывающий изменение конструктивной схемы (снижение несущей способности или разрушение отдельных элементов при сейсмических воздействиях) как: Чернов Ю.Т, Солодников В.В, Мондрус В.Л., Волкова М. В., Пятецкий В.М., Александров Б.К., Савинов О.А., Корнев, Б.Г., Рабинович И.М., Бахвалов, Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. и в зарубежных научных литературах исследуемым вопросам посвящены публикации следующих авторов: V. Gioncu, F. Mazzolani , T. K. Datta, L. Karavasilis, T. Blakeborough, S.Martin , S.Stein, M.Wyssession , R. Joseph , A. Mwafy , M. Shahria, а также проведен анализ отечественных нормативных документов, посвященной методов анализа и расчётов конструкций при сейсмических воздействиях.

Целью диссертационной работы

является разработка методов расчета и исследование систем с конечным числом степеней свободы с линейными и нелинейными характеристиками с учетом изменений конструктивной схемы в процессе колебаний при кинематических (сейсмических) воздействиях.

Задачи диссертационной работы:

1- построить решения уравнений движения на каждом шаге по времени в соответствии со спектральным подходом (методом «нормальных форм») в виде разложения по формам собственных колебаний;

2- выполнить расчёт конструкций при сейсмических воздействиях с учетом изменений конструктивных схем сооружений в процессе деформирования, основанный на методе «нормальных форм» и представлении сейсмических сил в виде разложений по формам собственных колебаний;

3- разработать методы сейсмического анализа, учитывающие изменение (снижение) несущей способности или разрушение отдельных элементов до окончательной потери несущей способности сооружения;

4- оценить общий характер колебаний зданий, выявить изменения его динамических характеристик в процессе колебаний и уточнить значение коэффициента неупругой работы конструкций K_1 как отношение сейсмических сил на этапе, предшествующем разрушению, к сейсмическим силам на этапе, соответствующем концу упругой стадии;

5- рассчитать системы виброзащиты сооружений с конечным числом степеней свободы (КЧСС) с нелинейными характеристиками при произвольных кинематических воздействиях, используя зависимости, основанные на передаточных (ПФ) и импульсных переходных функциях (ИПФ) линейных систем;

6- разработать алгоритмы расчета систем виброзащиты, включающих элементы с нелинейными характеристиками, основанные на передаточных (ПФ) и импульсных переходных функциях (ИПФ) при произвольных кинематических воздействиях;

7- разработать алгоритмы расчета горизонтально-вращательных колебаний фундаментов (как массивных объектов) и оценить влияние этих колебаний на величины сейсмических сил.

Научная новизна:

* Разработан метод сейсмического анализа, учитывающий изменение конструктивной схемы (снижение несущей способности или разрушение отдельных элементов) на каждом шаге по времени в процессе колебаний на основе метода «нормальных форм».

* Разработан, основанный на использовании передаточных (ПФ) и импульсных переходных функций (ИПФ), метод расчета систем виброзащиты сооружений с линейными и нелинейными характеристиками при произвольных кинематических воздействиях, в том числе с учётом изменения конструктивной схемы при отключении или разрушении дополнительных связей в процессе колебаний.

* Разработан метод и алгоритм расчета плоских колебаний сооружений на сейсмические воздействия с учетом смещения фундамента, близкого к горизонтально-вращательным колебаниям, основанный на использовании передаточных (ПФ) и импульсных переходных функций (ИПФ).

Теоретическая значимость работы

Уточнены и развиты методы аналитического расчета конструкций с линейными и нелинейными характеристиками при сейсмических воздействиях с учетом изменений конструктивных схем сооружений в процессе колебаний.

Практическая значимость работы

Зависимости и алгоритмы расчета, разработанные в работе, можно использовать в инженерной практике при определении расчетных значений сейсмических сил и характера их распределения, при оценке динамического поведения здания с учетом изменений конструктивной схемы в процессе колебаний на каждом шаге по времени для систем с линейными и нелинейными характеристиками при сейсмических воздействиях.

Методология и методы исследования:

В работе дан обзор и анализ современной научно-технической литературы, относящейся к расчёту конструкций с линейными и нелинейными характеристиками при сейсмических воздействиях с учетом изменений конструктивных схем сооружений в процессе деформирования, основанные на методе «нормальных форм» и методе с использованием ИПФ. При расчете использовались системы компьютерной математики MATHCAD.

Положения, выносимые на защиту

В соответствии с пунктами (1,2,3,4) паспорта специальности.

1. Разработанный алгоритм решения уравнений движения с использованием шагового метода по времени в соответствии со спектральным подходом (методом «нормальных форм»).

2. Результаты расчета конструкций с использованием шагового метода по времени, основанного на методе «нормальных форм», с учётом изменений конструктивных схем сооружений в процессе колебаний при сейсмических воздействиях.

3. Определены уточнены значения коэффициента K_1 и выполнено их сравнение со значениями, приведенными в нормах.

4. Разработаны алгоритмы расчета виброзащитных сооружений с КЧСС с нелинейными и линейными характеристиками при кинематических воздействиях, используя зависимости, основанные на ПФ и ИПФ.

5. Разработаны алгоритмы расчета горизонтально-вращательных колебаний фундаментов при вычислении сейсмических сил.

6. Результаты расчета величин сейсмических сил с учетом смещения фундамента, показавшие, что смещение фундамента в грунте может существенно влиять на значение сейсмических сил.

Степень достоверности результатов

В работе использовались строгие математические методы, основанные на методах динамики сооружений, теории колебаний и теории расчета виброзащитных систем.

Результаты расчетов по разработанным методам подтверждаются сравнением с эталонными примерами.

Личный вклад автора

1- в развитии метода расчёта конструкций при сейсмических воздействиях с учетом изменений конструктивных схем сооружений в процессе деформирования, основанного на методе «нормальных форм» и представлении расчетных формул

для вычисления сейсмических сил в виде разложений по формам собственных колебаний;

2- в оценке динамического поведения здания, расчетных значений сейсмических сил и их распределения, определении точного значения коэффициента неупругой работы конструкций K_1 с учетом изменений конструктивных схем сооружений в процессе деформирования;

3- в выводе формул расчета систем виброзащиты сооружений с нелинейными характеристиками с конечным числом степеней свободы при произвольных кинематических воздействиях с использованием зависимостей, основанных на передаточных (ПФ) и импульсных переходных функциях (ИПФ);

4- в разработке алгоритма расчета системы, включающей элементы с нелинейными характеристиками при произвольных кинематических воздействиях;

5- в сравнении и анализе перемещений различных типов систем с нелинейными характеристиками при произвольных кинематических воздействиях;

6- в разработке алгоритма расчета горизонтально-вращательных колебаний фундаментов (рассматриваемых как массивные объекты) при вычислении сейсмических сил с учетом смещения фундамента.

Апробация работы

Отдельные результаты работы докладывались на научно-технической конференции:

- International Conference on Engineering Systems 2021 (ICES 2021), 28-30 April 2020, Moscow, Russia.

Публикации

Результаты выполненного исследования приведены в 5 публикациях, из них 1 статья опубликована в журнале, индексируемом в базах данных Scopus, и 3 в научных журналах, входящих в список ВАК.

Структура и объём диссертации. Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и списка литературы из 92 наименований и 1 приложения. Общий объём диссертации составляет 135 страниц, 84 рисунка и 20 таблиц.

ГЛАВА 1. СОСТОЯНИЕ ВОПРОСА И ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ

1.1. Общие положения о сейсмических воздействиях и их последствиях

Во время землетрясения происходит смещение значительных масс грунта, что приводит к высвобождению большого количества энергии в земной коре за короткий промежуток времени. [1] [2] Землетрясения могут возникнуть в результате: смещения земной коры, извержения вулканов, антропогенных взрывов или обрушения подземных полостей, таких как шахты или карсты. [3] [4]

Землетрясения могут возникать по нескольким причинам, которые можно классифицировать, в частности, по основным источникам их возникновения.

1.1.1. Тектонические землетрясения

Образуются в результате взаимного движения плит, образующих земную кору. В породах, расположенных на границах движущихся плит, под действием давления и высокой температуры возрастают растягивающие напряжения [5]. Это приводит к развитию зон со значительными деформациями, развитию трещин и разломов в породе на границе плиты. [6] Достижение предельного уровня напряжений влечет за собой снижение сил трения и взаимное смещение плит относительно друг друга, что приводит к внезапному выбросу большого количества накопленной энергии, вызывая землетрясение в этом районе. [7] [8]

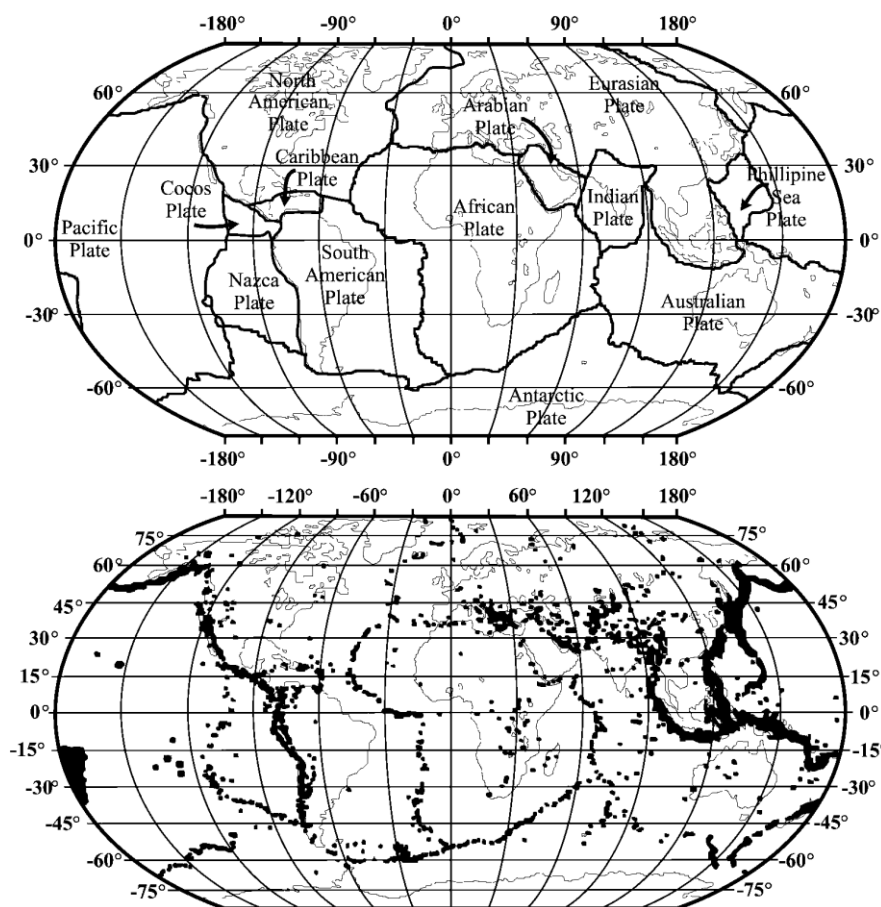


Рисунок 1.1 Карта тектонических плит и зон распространения землетрясений по всему миру

Точка в глубине горной породы, в которой образуется первоначальное смещение, называется гипоцентром землетрясения (Focus). Проекция этой точки на поверхность Земли называется эпицентром землетрясения (Epicenter). (Рисунок 1.1) [9]

По широко принятой классификации, землетрясения можно разделить на три категории в зависимости от глубины эпицентра: [10]

- поверхностные землетрясения глубиной от 0 до 70 км – эти землетрясения составляют около 75% всех землетрясений в мире;
- землетрясения средней глубины от 70 до 300 км – эти землетрясения составляют около 22 % всех землетрясений в мире;

- глубокие землетрясения глубиной от 300 до 700 км – они составляют около 3 % всех землетрясений в мире.

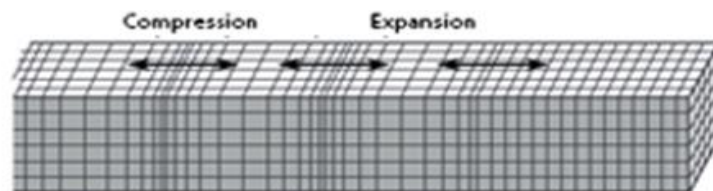
1.1.2. Вулканические землетрясения

Данный тип землетрясений возникает в результате накопления давления и экстремально высоких температур в ходе извержения расплавленной породы в слабом месте земной коры. [11]

1.1.3. Землетрясения, вызванные человеческой деятельностью

Землетрясение приводит к колебаниям грунта, которые распространяются от эпицентра в виде волн следующих типов. [12] [13] [14] [15]

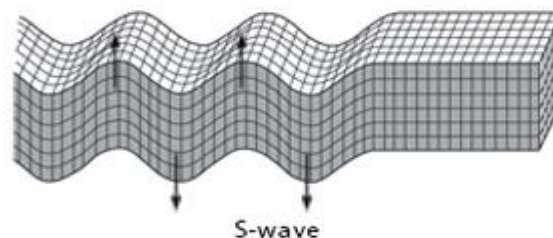
1. Продольные волны (P): самые быстрые сейсмические волны (скорость распространения около 6-8 км/с). Распространяясь в пространстве, приводят к развитию объемных деформаций грунта (сжатию и растяжению) (рисунок.1.2).



P-wave

Рисунок 1.2 Продольные волны (P)

2. Поперечные волны (S): распространяются с меньшей скоростью, чем продольные волны (от 4 – 5 км/с). Их распространение сопровождается поперечными деформациями без изменения объема (рисунок.1.3).



S-wave

Рисунок 1.3 Поперечные волны (S)

3. Волны Рэйли (R): их распространение можно сравнить с движением морских волн. Данные волны вызывают сжимающие, растягивающие и сдвиговые напряжения в грунте (рисунок.1.4).

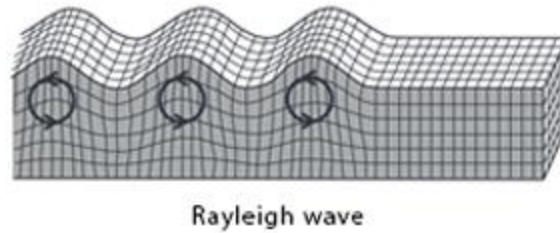


Рисунок 1.4 Поперечные волны (S)

4. Волны Лява (L): Грунт движется в плоскости, касательной и перпендикулярной направлению распространения этих волн. Волны не создают касательных напряжений. (Рисунок 1.5)

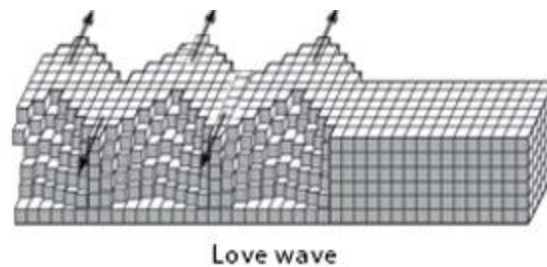


Рисунок 1.5. Волны Лява (L)

Скорость продольных волн и поперечных волн (S) определяются следующими зависимостями:

Скорость волн (P):

$$V_P = \sqrt{\frac{\lambda + 2G}{\rho}} \quad (1.1)$$

Скорость поперечных волн (S):

$$V_S = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (1.2)$$

Параметры Ламе:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (1.3)$$

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1 - 2\nu)(1 + \nu)} \quad (1.4)$$

Где E - модуль упругости грунта, ρ - плотность грунта, ν - коэффициент Пуассона

1.2. Проектирование сейсмостойких сооружений

Общие положения, касающиеся особенностей расчета и проектирования сооружений с учетом возможных последствий при землетрясениях, условно можно разделить на два раздела. [16]

1.2.1 Рекомендации по общей компоновке сооружений, которые кроме учета определяющих факторов, относящихся к основному функциональному использованию, их компоновке, этажности и внутренней планировке, должны также включать сведения о возможной интенсивности землетрясений, их амплитудно-частотном спектре, видах грунтов и т.п. [17]

Для зданий сложной конфигурации в плане (включающих балки и имеющих разную этажность) особое внимание следует обращать на устройство и состояние антисейсмических швов. [18] [19]

Жесткость и, соответственно, сейсмостойкость сооружений существенно зависит от совместной работы всех несущих элементов конструкций, в особенности вертикальных (стоек, перегородок и т.д.) и горизонтальных (связей, несущих элементов) [20]. Выбор узловых соединений, проверка принятых решений с помощью конечно-элементного моделирования и строгий контроль при монтаже с учетом соблюдения всех основных этапов, указанных выше (выбор общей компоновки зданий, конструктивных решений, расчет условий эксплуатации) являются важными этапами при строительстве сейсмостойких зданий [21] [22].

1.2.2. При выборе конструктивных схем зданий, строящихся в сейсмических районах, желательно, с целью снижения возможного ущерба, предусмотреть включение в конструктивную схему некоторых несущих элементов, включающихся или меняющих упругие характеристики в процессе колебаний, вплоть до полного разрушения (потери несущей способности конструкций) [23]. То есть в первом варианте дополнительные связи включены в начальную схему и включаются при повышении уровней горизонтальных колебаний, как правило, в околорезонансной области. Во втором варианте допускаются определенные из расчета изменения упругих свойств элементов, которые не только меняют динамические характеристики сооружений, но и значительно увеличивают диссипативные силы. [24] [25]

1.3. Системы виброзащиты

1.3.1. Сейсмоизоляция сооружений дает возможность контролировать количество энергии, передаваемой на объект от вибраций грунта. [26] [27](Рисунок 1.6)



Рисунок 1.6 Сейсмическая изоляция основания

1.3.2. Использование специального оборудования для гашения энергии с целью уменьшения ущерба. [28] [29](Рисунок 1.7)



Рисунок.1.7 Сейсмический демпфер

1.3.3. Использование инерционных демпферов для стабилизации здания при воздействии землетрясения. Примером использования такого подхода служит конструктивное решение с подвеской большого стального шара на тросах, которые соединяются с гидравлической системой наверху здания. Когда здание начинает раскачиваться, шар работает как маятник и движется в противоположном направлении, чтобы стабилизировать конструкцию. [30] [31](Рисунок 1.8 и 1.9)



Рисунок 1.8 Инерционный демпфер на высотном здании Тайбэй

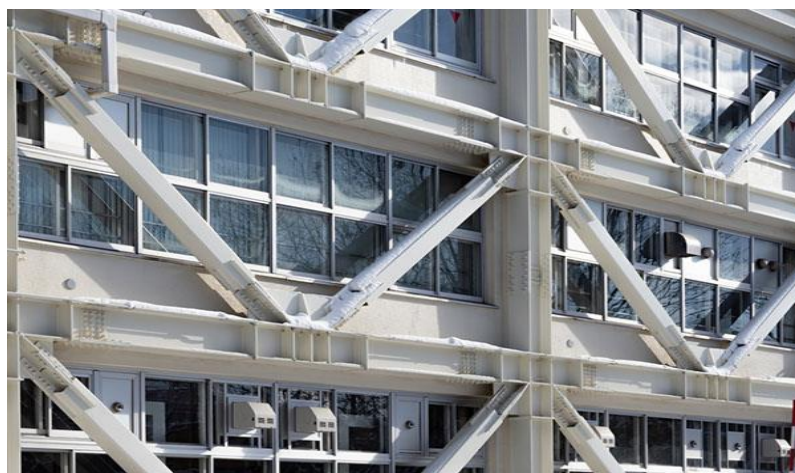


Рисунок 1.9 Системы с выключающимися связями

1.4. Классификация землетрясений

1.4.1. Шкала Медведева–Шпонхойера–Карника (MSK)

Это основная шкала для оценки сейсмической интенсивности. Шкала оценивает интенсивность сотрясения грунта на основе наблюдаемых эффектов в районе, где произошло землетрясение. [32] (Таблица 1.1)

Данная шкала показывает интенсивность землетрясения от 1 до 12 баллов.

Таблица 1.1 Классификация интенсивности землетрясений по шкале MSK

Интенсивность землетрясения	Землетрясения	Характеристика по MSK	Амплитуды ускорений колебаний m/c^2
I	Неощутимое	Не влияет на объекты	0,01
II	Едва ощутимое	Не влияет на объекты	0,01-0,02
III	Слабое	Повреждений зданий нет	0,02-0,05
IV	Интенсивное	Повреждений зданий нет.	0,05-0,1
V	Довольно сильное	Незначительный ущерб нанесен нескольким плохо построенным зданиям.	0,1-0,2
VI	Сильное	Видимые повреждения каменных конструкций, трещины в штукатурке. Отдельные трещины на земле.	0,2-0,5

VII	Повреждения зданий	Серьезные повреждения старых зданий, обрушение каменной кладки дымоходов. Небольшие оползни	0,5-1
VIII	Сильные повреждения зданий	Старые сооружения частично разрушаются или получают значительные повреждения.	1-2
IX	Обширные повреждения зданий	Значительный ущерб нанесен хорошо построенным сооружениям. Возникают трещины грунта, широко распространенные оползни.	2-5
X	Обширные разрушения зданий	Разрушены каменные здания, повреждена инфраструктура. Большие оползни.	5-10
XI	Катастрофа	Большинство зданий и сооружений разрушаются. Большие оползни, цунами.	10
XII	Изменения рельефа	Все наземные и подземные сооружения полностью разрушены.	15

1.4.2. Европейская макросейсмическая шкала (EMS)

Европейская макросейсмическая шкала – основная шкала для оценки сейсмической интенсивности в европейских странах и ряде стран за пределами Европы. Шкала содержит 10 уровней (от 0 до 4, 5 «слабый», 5 «сильный», 6 «слабый», 6 «сильный» и 7). [33]

1.4.3. Шкала интенсивности землетрясений Меркалли

Применяется для определения интенсивности землетрясения по внешним признакам на основе данных о разрушениях. Использует аналогичный подход, принятый в шкале Медведева–Шпонхойера–Карника(MSK). [34]

1.4.3. Шкала Рихтера

Шкала магнитуды Рихтера, также известная как шкала локальной магнитуды (M), определяет уровень количества сейсмической энергии, высвобождаемой землетрясением. [35] (Таблица 1.2)

Таблица 1.2 Классификация интенсивности землетрясений по шкале Рихтера

Магнитуда по Рихтеру	Описание	Эффект землетрясения
<2	Микро	Микроземлетрясение не ощущается.
2-2,9	Незначительное	Не чувствуется, а записывается.
3-3,9		Часто ощущается, но редко вызывает повреждения.
4-4,9	Легкое	Заметные колебания предметов в помещении, дребезжащие звуки. Значительный ущерб маловероятен.
5-5,9	Среднее	Может нанести серьезный ущерб плохо построенным зданиям. Могут быть незначительно повреждены хорошо спроектированные здания.
6-6,9	Сильное	Может быть разрушительным в радиусе до 160 километров (100 миль) в населенных пунктах.
7-7,9	Основное	Может нанести серьезный ущерб на больших площадях.

8-8,9	Большое	Может нанести серьезный ущерб на участках в несколько сотен миль.
9-9,9		Разрушительные в радиусе нескольких тысяч миль
10+	Катастрофическое	Никогда не фиксировались

1.5. Методы расчета конструкций на кинематические (сейсмические) воздействия

В настоящее время применяются следующие основные методы расчета.

1.5.1. Линейный статический метод

Основной метод в действующем в настоящее время нормативном документе [36]. Он основан на спектральном подходе и представлении расчетных сейсмических сил в виде разложения по формам собственных колебаний.

Основная расчетная схема, принятая в указанном документе, к которой приводятся многие типы сооружений – стержень с массами, сосредоточенными на уровне перекрытий и покрытия и упругими горизонтальными связями. (Рисунок 1.10)



Рисунок 1.10 Расчетная динамическая схема здания

В основных нормативных документах, в частности, в СП 14.13330.2018. Значение сейсмической нагрузки для i -й формы собственных колебаний здания или сооружения, определяются по формуле

$$S_{jik} = K_1 Q_k A \beta_i K_\psi \eta_{jik} \quad (1.5)$$

Где K_1 - коэффициент неупругой работы конструкций, Q_k -вес сооружения, A - значение ускорения в уровне основания, β_i - коэффициент динамичности (Рисунок 1.11), K_ψ -коэффициент способности сооружения к рассеиванию энергии колебаний, η_{jik} -коэффициент, зависящий от формы деформации здания при его собственных колебаниях.

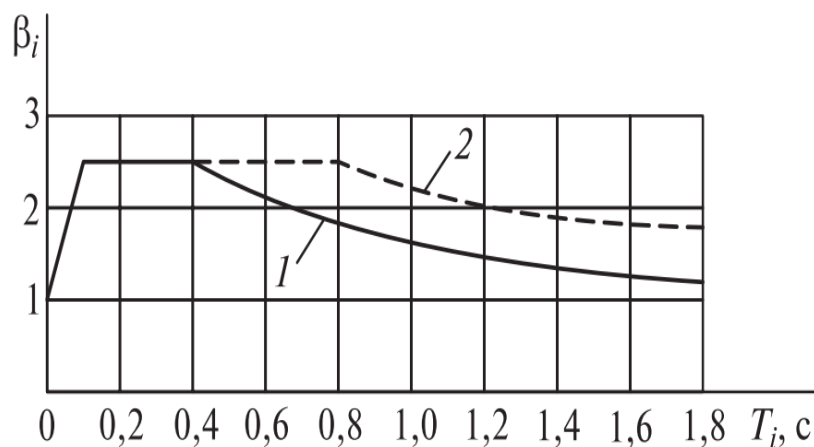


Рисунок 1.11 График коэффициента динамичности β_i

В формуле (1.5) присутствуют специальные поправочные коэффициенты K_1 и β_1 , которые могут заметно влиять на результаты расчетов. Они учитывают изменение конструктивной схемы при колебаниях, связанные с развитием неупругих деформаций. Причем значения этих коэффициентов в различных работах могут значительно отличаться друг от друга. [37] [38] [39]

1.5.2. Нелинейный статический метод

Метод, основанный на определении предельной нагрузки (предельных значений ускорений) при заданной форме распределения сейсмических сил. [40] [41] Чаще всего расчет производится по первой форме собственных колебаний, которая не изменяется в процессе расчета, и значения которой при оценке предельных значений ускорений увеличиваются пропорционально некоторому параметру. [42] [43]

1.5.3. Нелинейный динамический метод

Численный метод, основанный на методе конечных элементов, в частности, метод прямого интегрирования, метод Ньюмарка и т.п. В настоящее время это один из наиболее актуальных, динамично развивающихся методов расчета на сейсмические воздействия. [44] [45]

Расчеты, выполненные с использованием данного подхода, позволяют наиболее детально исследовать и определять напряженно-деформированное состояние элементов конструкций, и, соответственно, общее состояние сооружения в целом. [46] [47] [48]

Однако, широкое распространение такого подхода во многом ограничивается отсутствием необходимых программ во многих организациях, а также отсутствием квалифицированных специалистов для дальнейшего анализа полученных результатов расчета.

1.5.4. Метод, основанный на передаточных (ПФ) и импульсных переходных функциях (ИПФ) линейных систем с конечным числом степеней свободы и их связи

Решения уравнений движения, полученные с использованием этого метода, записываются сразу относительно обобщенных координат, и в алгоритмах расчета сокращаются некоторые этапы:

- построение и нормирование форм собственных колебаний;
- запись уравнений относительно главных координат и переход к решению относительно обобщенных координат.

1.6. Основные положения методов расчета, принятых и разработанных в представленной работе

При разработке методов решения поставленных в работе задач были использованы два детально разработанных и широко используемых в задачах динамического расчета метода: «нормальных форм», а также метод с использованием передаточных функций (ПФ), импульсных переходных функций (ИПФ). [49] [50]

В задачах расчета сооружений на сейсмические воздействия с учетом изменения конструктивной схемы в процессе колебаний (главы 2,3) принят вариант, основанный на спектральном методе в связи с тем, что:

- в основном нормативном документе (СП 14.13330.2018) расчетные зависимости приняты аналогичными принятым в спектральном методе;
- используя шаговый метод по времени на каждом этапе расчета, можно уточнить значения величин, существенно влияющих на окончательные результаты;
- влияние развития неупругих деформаций ведет к изменению величины коэффициента динамичности в СП 14.13330.2018; в свою очередь, эти факторы учитываются путем ввода коэффициентов K_{ψ}, K_1, β_1 , причем в разных работах эти величины заметно отличается.

В предлагаемом варианте в конечном результате значение коэффициента K_1 может быть дополнительно уточнено.

Задачи, рассмотренные в представленной работе, практически не рассматривались в других работах в научно-технической и нормативной литературе. В большей степени это относится к задачам, рассмотренным в 3-ей и 4-ой главах, а именно:

- расчет систем с конечным числом степеней свободы при произвольном воздействии и характере физической нелинейности с учетом систем с выключающимися связями при кинематических воздействиях;
- расчет сооружений на кинематические (сейсмические) воздействия с учетом горизонтально-вращательных колебаний фундаментов.

Алгоритмы расчета этих задач построены, с использованием основных зависимостей двух указанных выше методов: «нормальных форм» и передаточных (ПФ) и импульсных переходных функций (ИПФ). Основные положения метода ПФ и ИПФ даны в приложении 1 к настоящей главе.

Приложение 1.1

К расчету систем с конечным числом степеней свободы методом, который условно определяется как метод передаточных функций (ПФ) и импульсных переходных функций (ИПФ)

Общие положения и алгоритм расчета, связанные с выводом основных расчетных зависимостей (ПФ и ИПФ) применительно к решению линейных задач теории колебаний, наиболее полно разработаны и представлены в работах Солодовникова. Более детально этот метод был рассмотрен применительно к расчету систем с конечным числом степеней свободы. [51]

В наиболее общем виде формулы для ПФ и ИПФ даны в работах Солодовникова [51] в виде:

$$H(\omega) = \sum_{r=1}^n \frac{M(p_r)}{\dot{D}(p_r)} \frac{1}{S - p_r} \quad (1.6)$$

Где $S = i\omega$

$$k(t) = \sum_{r=1}^n \frac{M(p_r)}{\dot{D}(p_r)} e^{\lambda_r t} \quad (1.7)$$

Как следует из этих зависимостей, решения представляются в виде разложения по формам собственных колебаний, в виде суммы решений уравнений движения системы с одной степенью свободы.

Вывод основных зависимостей удобно показать на примере уравнения:

$$\ddot{y} - \left(1 + 2v \frac{d}{dt}\right) \rho^2 y = q(t) \quad (1.8)$$

Примем, что $q(t) = 1 \cdot e^{i\omega t}$, $y = Y e^{i\omega t}$, $S = i\omega$ и подставим эти зависимости в 1.6 и 1.7. После сокращения на $e^{i\omega t}$ получаем формулу для передаточной функции в виде:

$$H(s) = \frac{1}{\rho^2 + s^2 + 2vs\rho^2} \quad (1.9)$$

Далее вычислим корни знаменателя:

$$S_{1(2)} = -v\rho \mp \sqrt{v^2\rho^2 - 1} = -v\rho^2 \mp i\rho^* \quad (1.10)$$

Где $\rho^* = \rho(1 - v^2\rho^2)^{1/2}$

и его производную $\dot{D} = 2S + 2v^2\rho^2$

импульсную функцию $K_{и}$ определим по формуле (1.7)

$$K_{и}(t) = \frac{e^{-(v\rho^2 - i\rho^*)t}}{2i\rho^*} + \frac{e^{-(vs\rho^2 + i\rho^*)t}}{-2i\rho^*} = \frac{e^{-v\rho^2 t}}{\rho^*} \sin \rho^2 t \quad (1.11)$$

Подобные расчетные формулы могут быть достаточно просто построены при решении уравнения (1.8), если воспользоваться зависимостью для свободных колебаний и законом сохранения энергии $S = m\dot{y}(t)$ в виде:

$$K_{и}(t) = y_{cr} = y_0 \sin \rho t = S \frac{\sin \rho t}{2} \quad (1.12)$$

Где S – значение мгновенного импульса

Используя метод ПФ и ИПФ, рассмотренный в ряде работ [49][50][51], достаточно просто при небольшом числе степеней свободы решаются нелинейные уравнения движения при произвольных воздействиях и с учетом различного характера нелинейности.

ГЛАВА 2. РАСЧЕТ СООРУЖЕНИЙ НА СЕЙСМИЧЕСКИЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ С УЧЕТОМ ИЗМЕНЕНИЯ КОНСТРУКТИВНОЙ СХЕМЫ НА КАЖДОМ ШАГЕ ПО ВРЕМЕНИ

Анализ реакции сооружений на движение грунта, вызванное землетрясениями, является одним из ключевых приложений теории динамики и строительной механики конструкций. На начальном этапе деформации сооружения под воздействием землетрясений сохраняют свои упругие свойства и рассчитываются как линейная система. [52] [53]

Краткий обзор методов расчета систем при сейсмических воздействиях дан в первой главе.

Важно отметить, что для большинства систем при расчете сейсмических сил учитываются только формы колебаний начальной (линейной стадии) системы и не учитываются изменения конструктивных схем, связанные с развитием неупругих деформаций в процессе колебаний. [54] [55]

Понятные алгоритмы расчета и общая схема, разработанные в настоящей работе, позволяют, используя шаговый метод по времени и спектральный подход (метод «нормальных форм») [56], учитывать изменение конструктивных схем, связанных с исключением или снижением несущей способности отдельных элементов, определенных по результатам расчетов на действие сейсмических сил, вычисленных на каждом шаге.

Погрешности в окончательных результатах расчета связаны главным образом с погрешностями при выборе расчетных схем на всех этапах. Определенно можно утверждать, что точность решения повышается при уменьшении интервалов по времени. В качестве примера рассмотрим несколько основных подходов для учета неупругих сил, принятых в нормативных документах различных стран.

2.1. Метод расчета сооружений на сейсмические воздействия с учетом изменения конструктивной схемы (шаговый метод по времени)

Метод, используемый для сейсмического расчета, основан на шаговом подходе, который в свою очередь основан на методе "нормальных" форм. Этот метод является одним из важных аналитических методов для анализа и расчета динамических систем. Основная концепция этого подхода заключается в представлении решений в виде разложения по собственным векторам. [57] [58]

2.1.1. Основы расчета сооружений на сейсмические воздействия по методу «нормальных форм»

По итогам преобразования отобразим уравнения движения системы с конечным числом степеней свободы, которые при кинематическом (сейсмическом) воздействии имеют вид: [59]

$$M\ddot{\vec{y}} + D\dot{\vec{y}} + K\vec{y} = -\varepsilon_0(t)\vec{m} \quad (2.9)$$

В общем виде получим систему несвязных уравнений:

$$\begin{aligned} \ddot{a}_r + 2n_r\dot{a}_r + p_r a_r &= -b_r \ddot{\varepsilon}_0(t) \\ (r &= 1, 2, \dots, n) \end{aligned} \quad (2.10)$$

Где b_r -элементы вектора

$$\vec{b} = \Phi \vec{m} \quad (2.11)$$

Рассмотрим решение для системы с двумя степенями свободы:

$$\vec{b} = \begin{vmatrix} Y_{11} & Y_{21} \\ Y_{12} & Y_{22} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} m_1 \\ m_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \sum_{i=1}^2 Y_{i1} m_i \\ \sum_{i=1}^2 Y_{i2} m_i \end{vmatrix} \quad (2.12)$$

Решение системы (2.10) можно записать в виде:

$$a_r(t) = - \sum_{i=1}^2 Y_{ir} m_i J_r(t) \quad (2.13)$$

$$(r = 1, 2, \dots, n)$$

Где:

$$J_r = \int_0^t \varepsilon_0(\tau) V_r(p_r^*, t - \tau) d\tau \quad (2.14)$$

$V_r = \frac{1}{p_r^*} e^{-n_r t} \sin p_r^* t$ - импульсная переходная функция, соответствующая r -й форме колебаний.

Запишем зависимость (2.13) в матричном виде:

$$\vec{a} = J \dot{\Phi} \vec{m} \quad (2.15)$$

Один из способов для вычисления вектора сейсмических сил основан на преобразовании уравнения (2.9):

$$\vec{S} = K \vec{y} = -\varepsilon_0 \ddot{(t)} \vec{m} - M \ddot{y} - D \dot{y} \quad (2.16)$$

Или с учетом (2.12) и (2.17):

$$\vec{S} = K \Phi J \dot{\Phi} \vec{m} = -\varepsilon_0 \ddot{(t)} \vec{m} + M \Phi \dot{j} \dot{\Phi} \vec{m} + D \Phi j \dot{\Phi} \vec{m} \quad (2.17)$$

Дважды вычислив производную выражения (2.14) и подставив её в правую часть выражения (2.17), получим формулу для вычисления интегралов J_r и их производных:

$$j_r = - \int_0^t \dot{\varepsilon}_0(\tau) \dot{V}_r(p_r^*, t - \tau) d\tau \quad (2.18)$$

$$\ddot{j}_r = -\ddot{\varepsilon}_0(t) - \int_0^t \ddot{\varepsilon}_0(\tau) \ddot{V}_r(p_r^*, t - \tau) d\tau \quad (2.19)$$

Сейсмические силы при таком подходе вычисляются по формуле:

$$\vec{S} = K\Phi J\dot{\Phi}\vec{m} \quad (2.20)$$

Для удобства вычислений преобразуем формулу (2.20), исключив матрицу жесткости:

$$\begin{aligned} \dot{\Phi}M\Phi &= E \\ \dot{\Phi}K\Phi &= \Lambda \end{aligned} \quad (2.21)$$

Где E - единичная матрица;

$$\Lambda = \begin{vmatrix} p_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & p_2^2 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & p_n^2 \end{vmatrix} - \text{диагональная матрица собственных частот}$$

После умножения (2.20) на транспонированную матрицу $\dot{\Phi}$ получаем:

$$\dot{\Phi}\vec{S} = \dot{\Phi}K\Phi J\dot{\Phi}\vec{m} = \Lambda J\dot{\Phi}\vec{m} = L\dot{\Phi}\vec{m} \quad (2.22)$$

$$\text{Где: } L = \begin{vmatrix} p_1^2 J_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & p_2^2 J_2 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & p_n^2 J_n \end{vmatrix} - \text{диагональная матрица.}$$

С помощью зависимости (2.21), после умножения на $\dot{\Phi}$, получим:

$$M\dot{\Phi}\dot{\Phi} = E \quad (2.23)$$

После подстановки (2.22) в (2.23) можно записать формулу для вычисления сейсмических сил в следующем виде:

$$\vec{S} = \mathbf{M}\Phi\mathbf{L}\dot{\Phi}\vec{m} \quad (2.24)$$

Можно записать зависимость (2.26) в развернутом виде:

$$\begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \\ \vdots \\ S_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & m_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & m_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \dots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \dots & Y_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \dots & Y_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_1^2 J_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & p_2^2 J_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & p_n^2 J_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y_{11} & Y_{21} & \dots & Y_{n1} \\ Y_{12} & Y_{22} & \dots & Y_{n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{1n} & Y_{2n} & \dots & Y_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_1 \\ m_2 \\ \vdots \\ m_n \end{pmatrix} \quad (2.25)$$

Из зависимостей (2.26) и (2.27) получается расчетная формула для определения сейсмической силы, действующей на массу m_j при колебаниях сооружения по r -й форме.

$$S_{jr} = m_j \cdot Y_{jr} \cdot J_r \cdot \sum_{i=1}^n Y_{ir} \cdot m_i \quad (2.26)$$

$$J_r = P_r \int_0^t \ddot{\xi}_0(\tau) \cdot e^{-\frac{\gamma}{2} P_r \cdot (t-\tau)} \sin P_r(t-\tau) \cdot d\tau \quad (2.27)$$

J_r – импульсная переходная функция r -ой формы.

Полученные из уравнения (2.26) сейсмические силы для системы с двумя степенями свободы, соответствующие формам колебаний, показаны на рисунке 2.2.

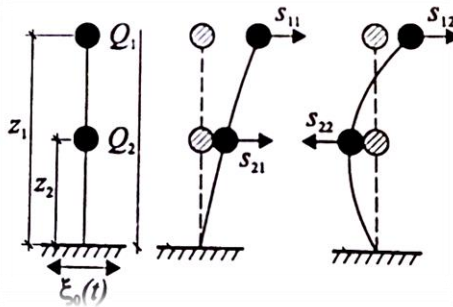


Рисунок.2.2 Распределение сейсмических сил для системы 2-мя степенями свободы

2.1.2. Этапы расчета сооружений на сейсмические воздействия с учетом изменения конструктивной схемы (шаговый метод по времени)

Анализ и расчет состоят из трех основных этапов с учетом следующих допущений: [60]

- до разрушения распределение деформации линейно по высоте сечения;
- не учитывать работу бетона на растяжение
- массы этажа, все элементы, которые находятся на данном этаже, а также масса самого перекрытия и несущих конструкции (колонн).

, перегородок и т.д. сконцентрированы на уровне перекрытий.

На первом этапе проводятся расчеты динамических характеристик сооружения, включая матрицы податливости и жесткости, а также определение собственных частот и форм колебаний. Для этого используется алгоритм, основанный на методе "нормальных форм" (2.26). Эти вычисления выполняются на каждом временном шаге.

На втором этапе. На втором этапе необходимо определить все внутренние усилия в элементах и выполнить расчеты структур здания на воздействие сейсмических сил.

На третьем этапе производится анализ возможных деформаций и повреждений для всех критических сечений, которые могут возникнуть в сооружении в результате сейсмического воздействия.: зоны нелинейных деформаций или разрушений в элементах с помощью диаграммы момент-кривизна (см. Рисунок.2.3) и диаграмм взаимодействия для каждого сечения. (см. Рисунок. 2.4)

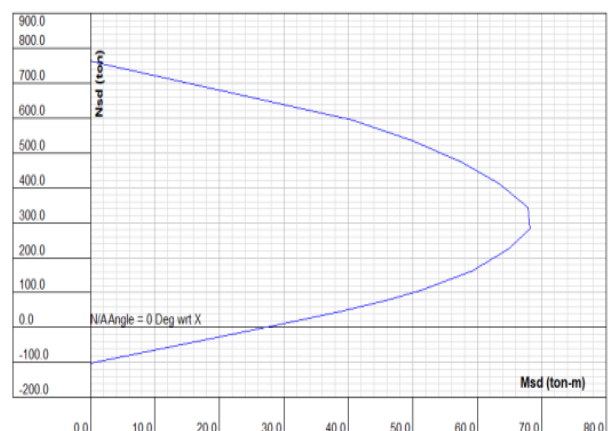
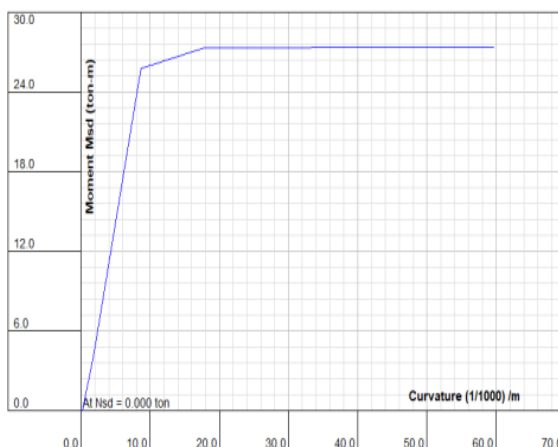


Рисунок. 2.3. Диаграмма (момент-кривизна)

Рисунок.2.4. Диаграмма взаимодействия

Важно учесть, что при учете зависимости момента от кривизны мы применяем диаграммы, которые учитывают совместные напряжения от вертикальных продольных сил и моментов, а не идеализированные диаграммы. На рисунке 2.4 показаны области, где эти зависимости учитываются. Затем определяются все области изменения конструктивной схемы, и на основе этого проводятся все расчеты снова, начиная с первого этапа и до разрушения здания.

Алгоритм метода показан на следующем рисунке: (Рисунок.2.5)

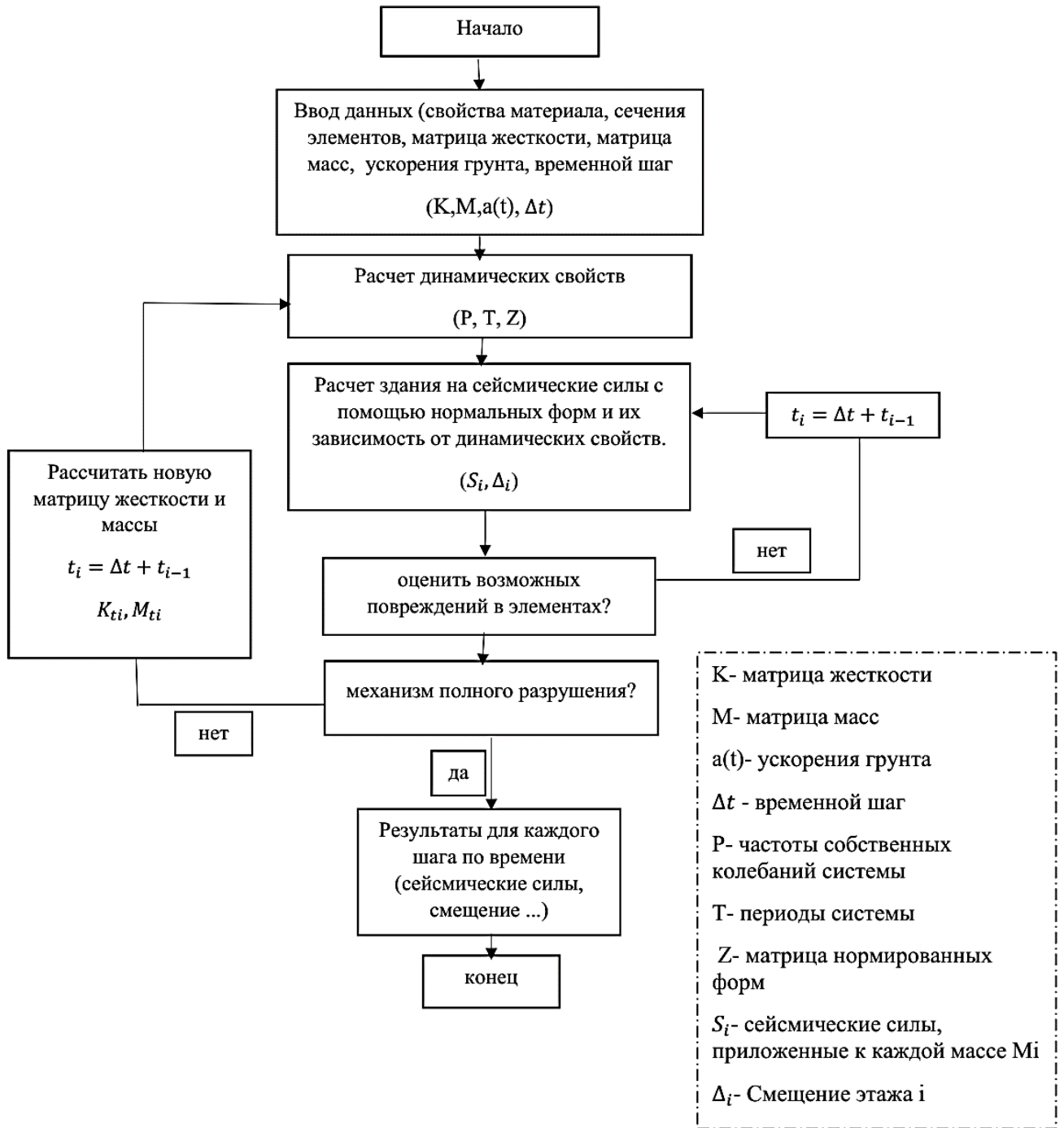


Рисунок.2.5 Алгоритм метода

2.2. Расчет коэффициента неупругой работы конструкции K_1

Для учета возможности возникновения повреждений и развития нелинейных деформаций в отдельных элементах, некоторые международные нормы вводят дополнительные параметры при расчете сейсмических нагрузок. В частности, в российских нормах используется коэффициент неупругой работы конструкции K_1 .

Расчет проводился двумя способами.

В 1-ом способе коэффициент K_1 определяется как отношение суммы сейсмических сил в момент, предшествующий разрушению конструкции, к сумме сейсмических сил, соответствующих концу упругой стадии. [61]

$$K_1 = \frac{S_y}{S_u} \quad (2.28)$$

S_y - сумма сейсмических сил, соответствующих концу упругой стадии;

S_u - сумма сейсмических сил в момент, предшествующий разрушению конструкции.

Во втором подходе осуществляется оценка кривой несущей способности путем преобразования ее в спектральное представление. Эта кривая отражает взаимосвязь между горизонтальной силой в основании и вертикальным смещением последнего этажа. Для выполнения такого преобразования применяются математические уравнения, которые используются при построении графика кривой несущей способности. [62] [63] [64]

$$S_a = \frac{S}{W \alpha_j} \quad (2.29)$$

S_a - спектр ускорений;

S - поперечная сила в основании;

W - масса всего сооружения;

α_j - коэффициент модальной массы j -ой формы,

$$S_d = \frac{\Delta_{top}}{\gamma_j \theta_{top,j}} \quad (2.30)$$

где S_d - спектр перемещений;

Δ_{top} - перемещение верха сооружения,

$\theta_{top,j}$ - амплитуда модальной массы j -ой формы,

γ_j - коэффициент распределения j -ой формы.

$$\alpha_j = \frac{[\sum_{i=1}^n m_i \theta_{i,j}]^2}{[\sum_{i=1}^n m_i] [\sum_{i=1}^n m_i \theta_{i,j}^2]} \quad (2.31)$$

$$\gamma_j = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \theta_{i,j}}{\sum_{i=1}^n m_i \theta_{i,j}^2} \quad (2.32)$$

Спектр расчетной реакции определяется зависимостью:

$$S_a = A \beta K_0 K_\varphi \quad (2.33)$$

$$S_d = S_a \frac{T^2}{4 \pi^2} \quad (2.34)$$

A - коэффициент сейсмичности (для расчетной сейсмичности площадки 8 баллов);

K_φ - характеристика конструкций;

β - коэффициент динамичности.

Согласно диаграммы спектра перемещений (S_d) и ускорений (S_a) значение параметра K_1 определяется как отношение (см. Рисунок. 2.6):

$$K_1 = \frac{OA}{OB} \quad (2.35)$$

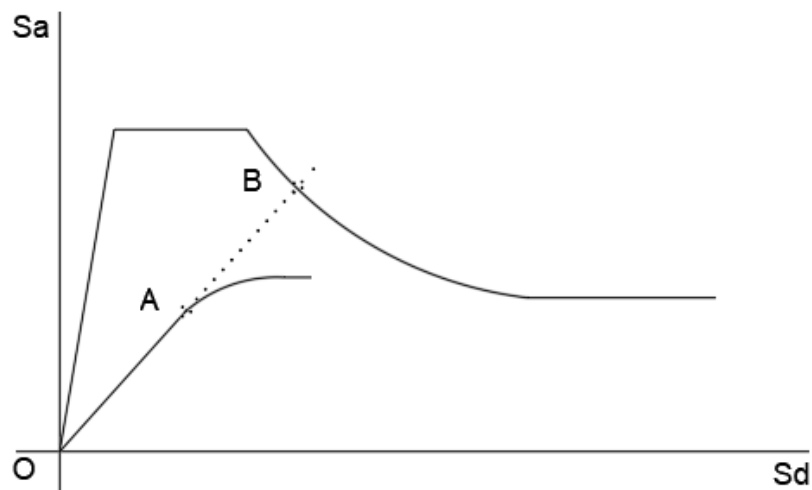


Рисунок. 2.6. Диаграмма спектра несущей способности

2.3. Пример расчета

2.3.1. Расчет плоской рамы

Рассмотрим конструкцию с тремя степенями свободы; с высотой этажа 3,5м, с поперечными сечениями колонн 35×35 см и модулем упругости $E = 2,7 \times 10^7$ кПа. Тогда площадь сечения и момент инерции будут соответственно равны $F = 0,1225$ м², $J = 0,00125$ м⁴.

Вертикальная нагрузка, приложенная к ригелям 15кН/м. Жёсткость колонны значительно ниже, чем у ригелей. (Рисунок. 2.7 и 2.8)

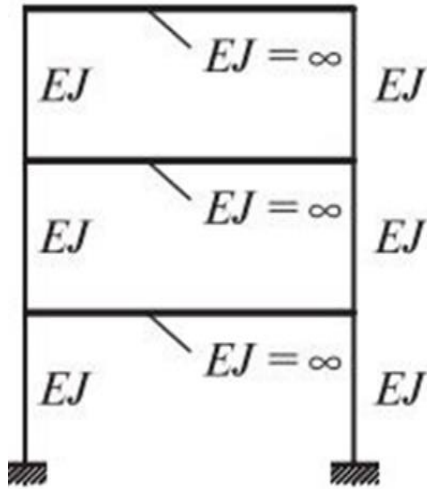


Рисунок. 2.7 Пример конструкции рамы

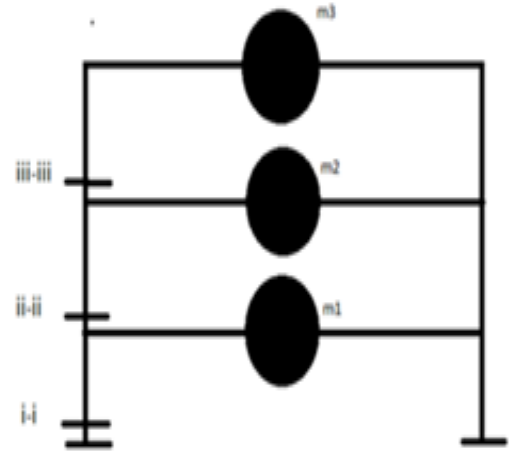


Рисунок 2.8 Расчетная схема рамы

Затем, воспользуемся широко используемым подходом, описанным в действующих нормативных документах, и представим расчетную схему конструкции в виде стержня, к которому прикреплены массы. Это позволит учесть массу оборудования и других конструкций, таких как перекрытия, колонны, перегородки и т.д., расположенные на верхней половине нижнего этажа и нижней половине верхнего этажа.

Матрица жесткости K (кН/м) будет равна:

$$K = \begin{pmatrix} 37785 & -18893 & 0 \\ -18893 & 37785 & -18893 \\ 0 & -18893 & 18893 \end{pmatrix}$$

А матрица масс M (т):

$$M = \begin{pmatrix} 13 & 0 & 0 \\ 0 & 13 & 0 \\ 0 & 0 & 13 \end{pmatrix}$$

После составления уравнения движения, мы определим частоты, периоды и нормированные формы колебаний в матрице (P, T, Z) : (Рисунок 2.9)

$$P = \begin{pmatrix} 68,7 \\ 47,6 \\ 16,9 \end{pmatrix}, T = \begin{pmatrix} 0,09 \\ 0,13 \\ 0,38 \end{pmatrix}, Z = \begin{pmatrix} -0,61 & -0,74 & 0,33 \\ 0,74 & -0,33 & 0,6 \\ -0,33 & 0,6 & 0,74 \end{pmatrix}$$

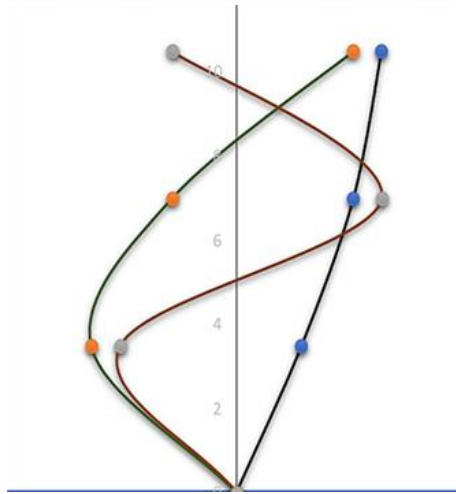


Рисунок 2.9 Собственные формы

В зависимости от типа сейсмического воздействия и предполагаемых значений ускорения, производим расчет сейсмических сил с использованием указанной формулы. (2.26).

Ускорение принято в виде $a(t) = A \sin(\omega \cdot t)$ (м/с²) (см. Рисунок. 2.10)

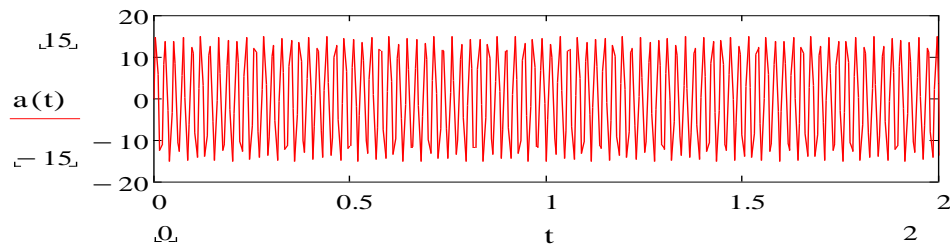


Рисунок 2.10 - Ускорение основания

Задаем интервал времени как 1/100 Смещение верхней массы (j) в метрах можно вычислить при помощи формулы (2.2) в течение рассматриваемого интервала времени (t), начиная с первого периода собственных колебаний. (см. рис. 2.11-2.13)

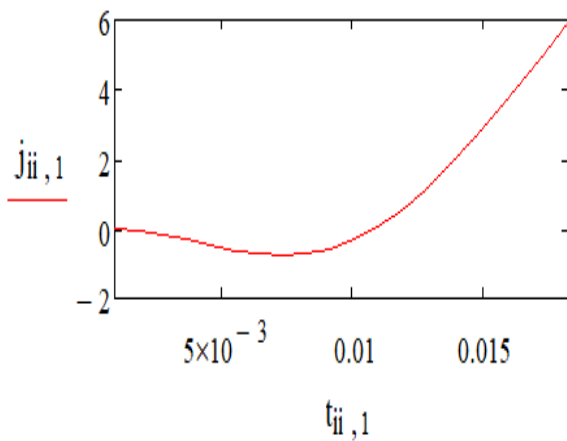


Рисунок 2.11 - Смещение верхней массы по 1-й форме

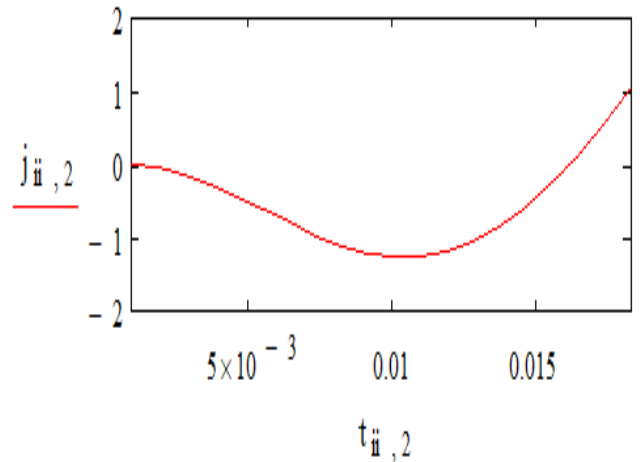


Рисунок 2.12 - Смещение верхней массы по 2-й форме

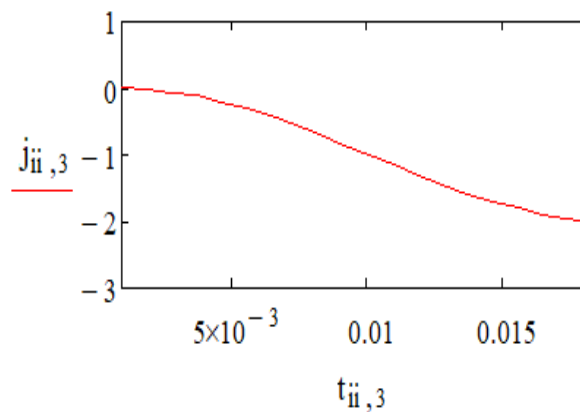


Рисунок 2.13 - Смещение верхней массы по 3-й форме

Горизонтальная сила в основании сооружения равна $SH_1=24,32$ кН при $t=0,0027$ с, сейсмические силы, приложенные к каждой массе M_i : $S_1=7,02$ кН, $S_2=7,67$ кН, $S_3=9,63$ кН.

Затем проводим статический расчет здания под действием сейсмических сил. На этом этапе возникает первый пластический шарнир, что свидетельствует о завершении упругой деформации конструкции. (см. Рисунок.2.14).

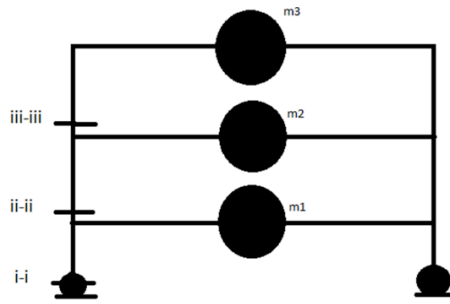


Рисунок 2.14 - Расчетная схема с первым пластическим шарниром

На втором этапе расчета с новой расчетной схемой (см. рисунок 2.13) пересчитываем матрицу жесткости в соответствии с новой схемой и вычисляем все динамические характеристики, так же, как и на первом шаге.

Матрица жесткости K (кН/м):

$$K = \begin{pmatrix} 23615,1 & -18892,2 & 0 \\ -18892,2 & 37784,2 & -18892,2 \\ 0 & -18892,2 & 18892,2 \end{pmatrix}$$

матрица масс M (т):

$$M = \begin{pmatrix} 13,0 & 0,0 & 0,0 \\ 0,0 & 13,0 & 0,0 \\ 0,0 & 0,0 & 13,0 \end{pmatrix}$$

частоты собственных колебаний системы P (Гц) и периоды системы T (с), матрица нормированных форм Z_{ij} : (Рисунок 2.15)

$$P = \begin{pmatrix} 66,6 \\ 40,6 \\ 10,3 \end{pmatrix}, T = \begin{pmatrix} 0,09 \\ 0,16 \\ 0,62 \end{pmatrix}, Z = \begin{pmatrix} -0,45 & -0,75 & 0,51 \\ 0,81 & -0,09 & 0,59 \\ -0,39 & 0,67 & 0,64 \end{pmatrix}$$

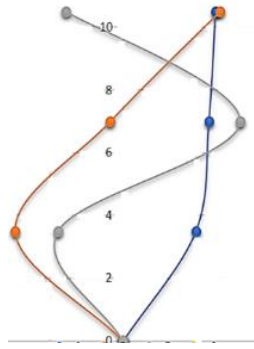


Рисунок 2.15 Динамические формы

Для вычисления смещения реакции рамы, когда задано ускорение основания, приведенное на рисунке 2.10, используется следующая формула(2.27). (Рисунок 2.16-2.18)

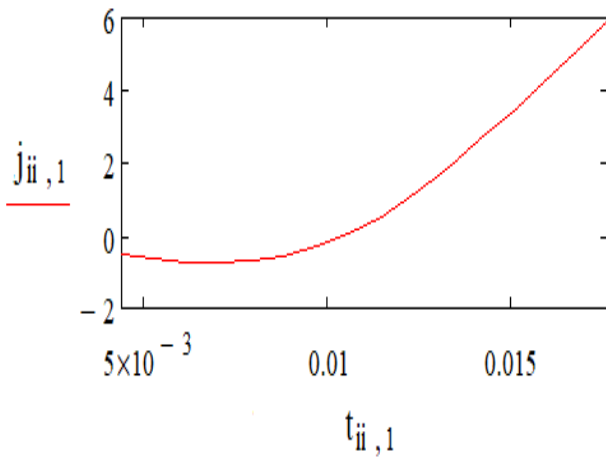


Рисунок 2.16 Смещение верхней массы по 1-й форме

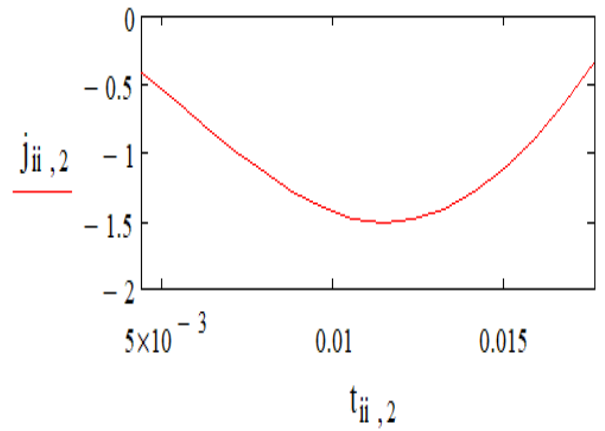


Рисунок 2.17 Смещение верхней массы по 2-й форме

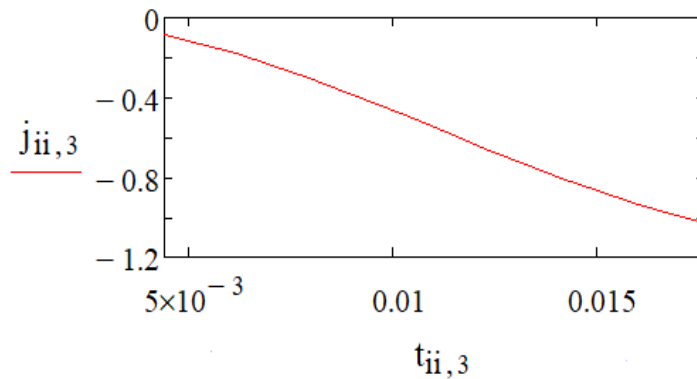


Рисунок 2.18 Смещение верхней массы по 3-й форме

При $t=0,007$ с сейсмические силы, приложенные к каждой массе M_i равны: $S_1=6,3$ кН, $S_2=7,0$ кН, $S_3=7,8$ кН, горизонтальная сила в основании сооружения $SH_2=21,12$ кН.

В данной точке расчета появляется второй пластический шарнир на основании результатов расчета на сейсмические силы, и система становится геометрически неустойчивой (происходит разрушение). (см. Рисунок. 2.19).

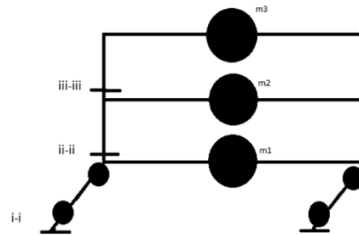


Рисунок 2.19 - Расчетная схема со вторым пластическим шарниром

Коэффициент неупругой работы конструкции K_1 , по результатам расчета равен:

$$K_1 = SH_2 / SH_1 = 21,12 / 24,3 = 0,860$$

Коэффициент неупругой работы конструкций для подобного типа зданий в соответствии со сводом правил [31] равен $K_1 = 0,25$, что значительно (примерно в 4 раза) меньше, чем полученное расчетное значение.

Проведем сейсмический расчет по нормам СП Строительство в сейсмических районах, предполагая, что у рамы сохраняются упругие деформации

$$S_{jik} = K_1 Q_K A \beta_I K_\phi \eta_{jIK} \quad (2.29)$$

$A=0,2$ - коэффициент сейсмичности для расчетной сейсмичности площадки 8 баллов;

$K_\phi=1$ характеристика работы конструкций;

β_I - коэффициент динамичности ($\beta_1=1,9$, $\beta_2=2,3$, $\beta_3=2,50$);

$K_1=1$ коэффициент неупругой работы конструкций (неупругие деформации не допускаются);

η_{JK} — коэффициент, зависящий от формы деформирования здания при его собственных колебаниях, считается по формуле:

$$\eta_{i,r} = \frac{X_{i,r} \cdot \sum_{j=1}^3 (m_j \cdot X_{i,j})}{\sum_{j=1}^3 m_j (X_{i,j})^2} \quad (2.30)$$

$$S_{i,j} = \begin{pmatrix} 0,15 & 0,249 & -0,168 \\ 0,62 & -0,068 & 0,455 \\ -0,227 & 0,385 & 0,367 \end{pmatrix}, S = \begin{pmatrix} 0,336 \\ 0,772 \\ 0,579 \end{pmatrix}, \eta = \begin{pmatrix} 0,27 & 0,42 & -0,32 \\ 1,11 & -0,03 & 0,79 \\ -0,35 & 0,61 & 0,52 \end{pmatrix}$$

где горизонтальная сила в основании сооружения равна:

$$S=16.870 \text{ кН} < SH_1=24.320\text{кН (по методу «нормальных форм»)}.$$

2.3.2. Расчет каркасного здания

Приведем в качестве примера здание, выполненное из железобетона, имеющее 5 этажей и симметричное по плану. Высота каждого этажа составляет 3.5 метра (см. рисунок 2.20, 2.21). Параметры и характеристики материалов и конструктивных элементов. выбирается в соответствии с нормативными требованиями РФ. (см. таблицу 2.1- 2.2; рисунок. 2.22- 2.23, 2.25).

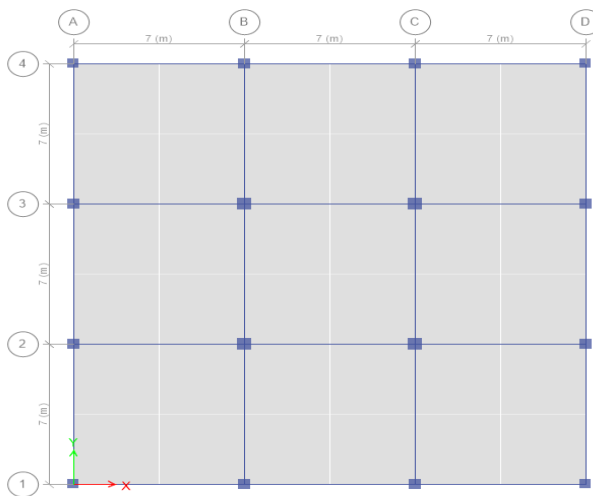


Рисунок 2.20. План этажа здания

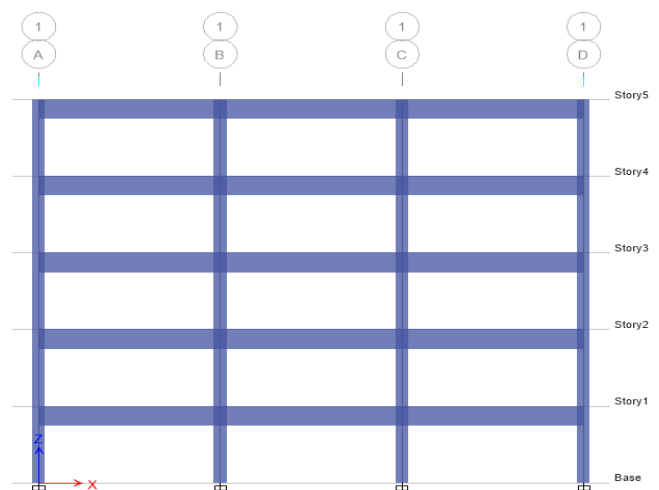


Рисунок 2.21. Разрез здания

Таблица 2.1 Свойства материалов

Бетон В25				
Модуль упругости	Расчётное сопротивление	Деформационные характеристики		
$E = 30000,0$ МПа	$R_b = 18.50$ МПа	$\varepsilon_{b1} = 0.0040$	$\varepsilon_{b0} = 0.005$	$\varepsilon_{b2} = 0.003$
Арматуры А400				
Модуль упругости	Расчётное сопротивление	Деформационные характеристики		
$E = 2,0 * 10^5$ МПа	$R_s = 400,0$ МПа	$\varepsilon_{s0} = 0.0020$	$\varepsilon_{s2} = 0.0250$	

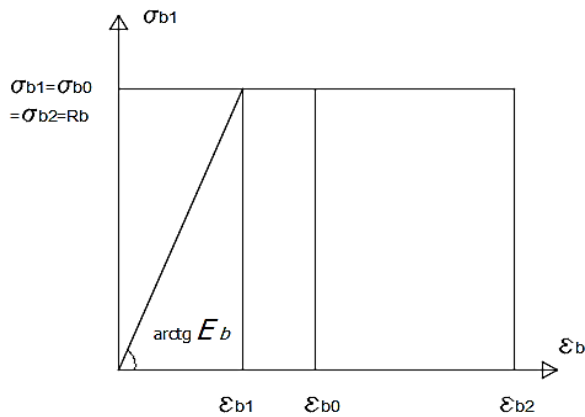


Рисунок 2.22 Диаграмма состояния сжатого бетона

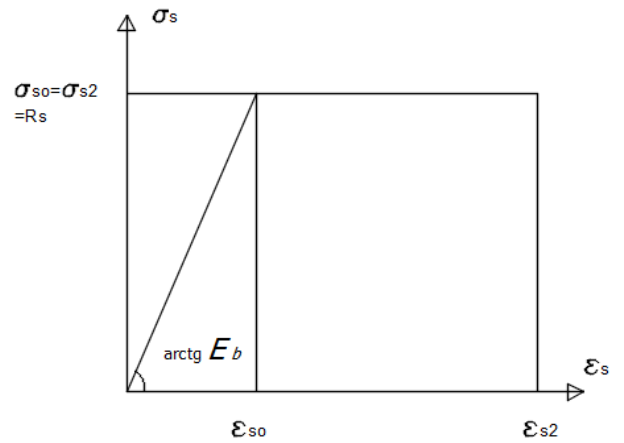


Рисунок 2.23 Диаграмма состояния растянутой арматуры

Таблица 2.2 Характеристика элементов каркаса

Параметры рассчитываемых колонн	
Габариты сечения, см x см	Площадь арматуры, см ²
60x60	25.13
50x50	20.35
45x45	20.25

Ускорение грунта представлено в виде: (Рисунок 2.24)

$$a(t) = A_1 \sin(\omega_1 \cdot t) + A_2 \sin(\omega_2 \cdot t) \quad (2.31)$$

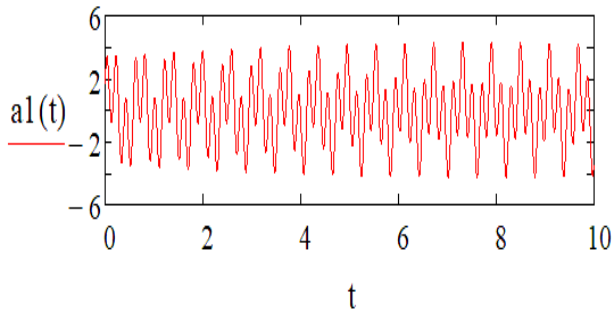


Рисунок 2.24. Ускорение грунта



Рисунок 2.25. Расчетная динамическая схема здания

В ходе расчета были получены величины сейсмических сил. Ниже приведены данные о распределении этих сил на каждом временном шаге, о перемещениях, вызванных такими силами в верхней части конструкции, а также о количестве и местоположении образовавшихся пластических шарниров. (см. рисунок. 2.26-2.31).

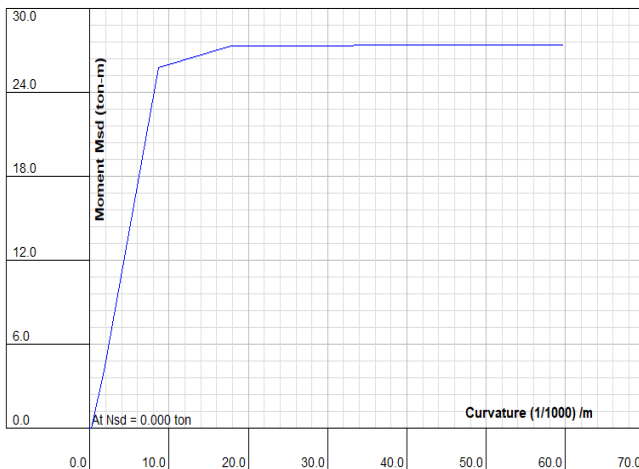


Рисунок 2.26. Диаграмма (момент-кривизна) сечения 60x60 см

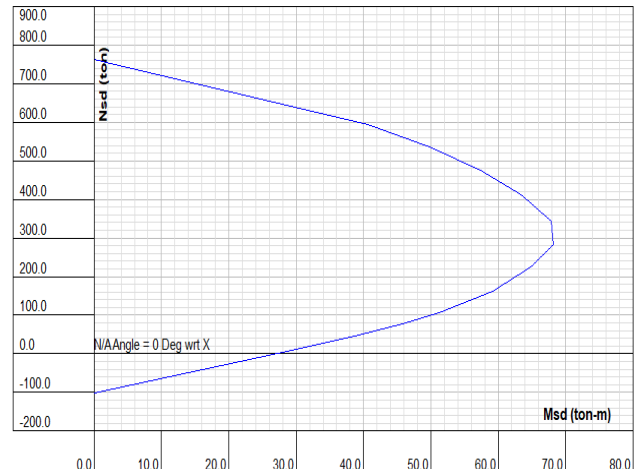


Рисунок 2.27. Диаграмма взаимодействия сечения 60x60 см

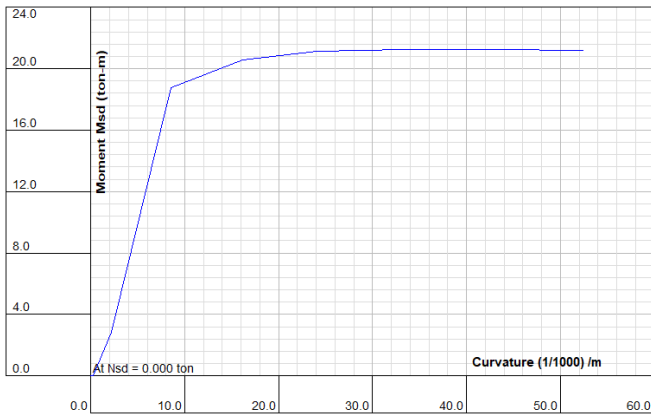


Рисунок 2.28. Диаграмма (момент-кривизна) сечения 50x50 см

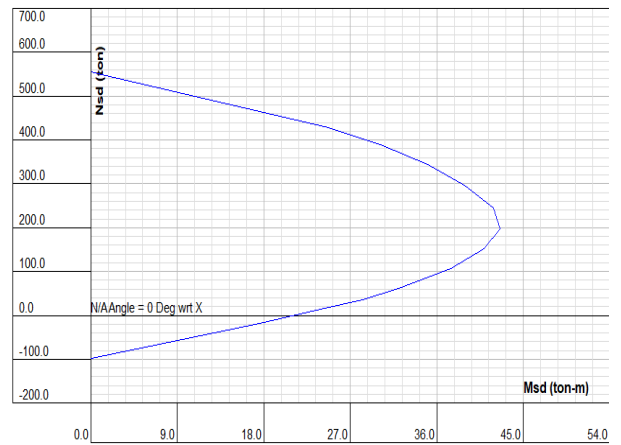


Рисунок 2.29. Диаграмма взаимодействия сечения 50x50 см

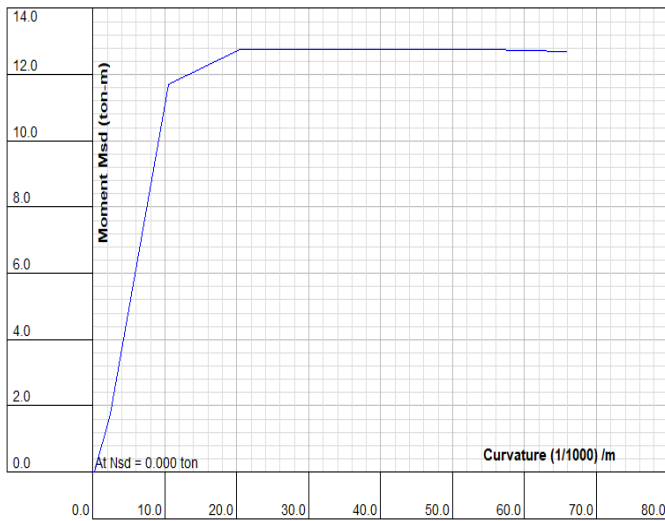


Рисунок 2.30. Диаграмма (момент-кривизна) сечения 45x45 см

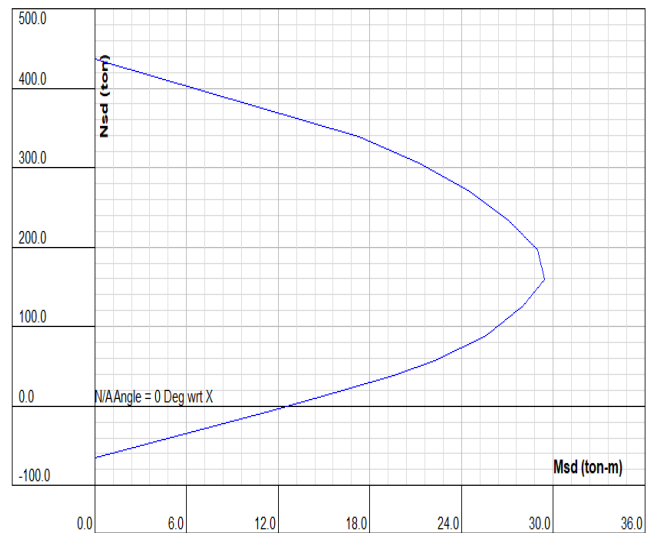


Рисунок 2.31. Диаграмма взаимодействия сечения 45x45 см

Результаты проведенного анализа сведены в таблицу 2.3:

Таблица 2.3. Результаты расчета примеров каркасов анализа

Шаг	Время t_i , с	Сейсмические силы, приложенные к каждой массе M_i , тонн					Поперечная сила в основании S , тс	Перемещение верха сооружения Δ_{top} , мм	Количество появившихся пластических шарниров	Место появления пластических шарниров
		S_1 , тонн	S_2 , тонн	S_3 , тонн	S_4 , тонн	S_5 , тонн				
0	0	0	0	0	0	0	0	0	упругая стадия работы конструкции	-
10	0.007	3.34	4.05	4.09	4.14	5.09	20.72	1.4		
18	0.0126	7.61	11.40	11.87	13.14	14.68	58.72	4.2		
22	0.0154	14.51	17.64	18.67	21.93	21.19	93.95	6.5		
23	0.0161	17.11	19.63	20.86	24.78	23.1	105.50	7.3		
24	0.0168	20.06	21.82	23.27	27.86	25.16	118.19	8.1		
25	0.018	23.35	24.19	25.89	31.27	27.38	132.10	9	4	1 этаж
26	0.0194	29.18	29.97	31.67	37.10	34.27	162.22	11.2	12	1 этаж
27	0.0201	29.26	30.04	31.74	37.17	34.34	162.57	11.6	8	1 этаж
28	0.0208	29.29	30.07	31.77	37.20	34.37	162.71	11.8	4	2 этаж
29	0.0215	29.33	30.10	31.80	37.23	34.40	162.87	11.8	8	2 этаж
30	0.022	29.37	30.13	31.83	37.25	34.43	163.03	11.8	4	1 этаж
31	0.0369	31.48	32.18	33.87	39.36	36.64	173.55	15.7	12	1, 2 этажи

Также были определены динамические характеристики на каждом шаге по времени. (см. таблицу 2.)

Таблица 2.4. Периоды форм колебаний

Шаг	Время t_i , с	Период i -ой формы T , с				
		T_1	T_2	T_3	T_4	T_5
1-25	0.018	0.590	0.19	0.11	0.084	0.070
26	0.019	0.630	0.20	0.12	0.08	0.0710
27	0.020	0.810	0.23	0.13	0.08	0.0710
28	0.020	1.080	0.26	0.13	0.091	0.0710
29	0.021	1.130	0.26	0.14	0.09	0.0730
30	0.022	1.190	0.26	0.15	0.1	0.0740
31	0.036	1.580	0.28	0.16	0.102	0.0740

Матрица нормированных форм колебаний с 1-го до 25-го шага:

$$Z_{1-25} = \begin{bmatrix} 0.38 & -0.58 & -0.56 & 0.39 & 0.13 \\ -0.55 & 0.37 & -0.26 & 0.60 & 0.30 \\ 0.57 & 0.23 & 0.51 & 0.37 & 0.45 \\ -0.42 & -0.59 & 0.35 & -0.14 & 0.55 \\ 0.16 & 0.32 & -0.64 & -0.56 & 0.61 \end{bmatrix}$$

Матрица нормированных форм колебаний на 29-ом шаге:

$$Z_{29} = \begin{bmatrix} -0.13 & 0.33 & 0.58 & -0.62 & -0.34 \\ 0.43 & -0.61 & -0.52 & -0.42 & -0.42 \\ -0.65 & 0.14 & -0.57 & -0.06 & -0.46 \\ 0.56 & 0.56 & -0.13 & 0.31 & -0.48 \\ -0.23 & -0.41 & 0.49 & 0.57 & -0.50 \end{bmatrix}$$

Матрица нормированных форм колебаний на 31-ом шаге:

$$Z_{31} = \begin{bmatrix} 0.06 & 0.21 & -0.57 & -0.68 & 0.37 \\ -0.35 & -0.60 & 0.43 & -0.33 & 0.4 \\ 0.65 & 0.31 & 0.50 & -0.002 & 0.45 \\ -0.61 & 0.52 & 0.03 & 0.33 & 0.47 \\ 0.25 & -0.45 & -0.48 & 0.55 & 0.47 \end{bmatrix}$$

Собственные формы для трех этапов расчета на разных шагах по времени показаны на рисунках 2.32-2.34.

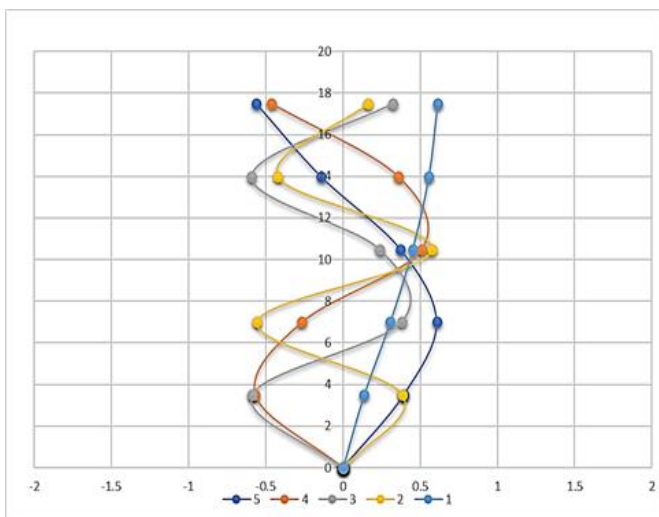


Рисунок. 2.32. Формы колебаний линейной системы

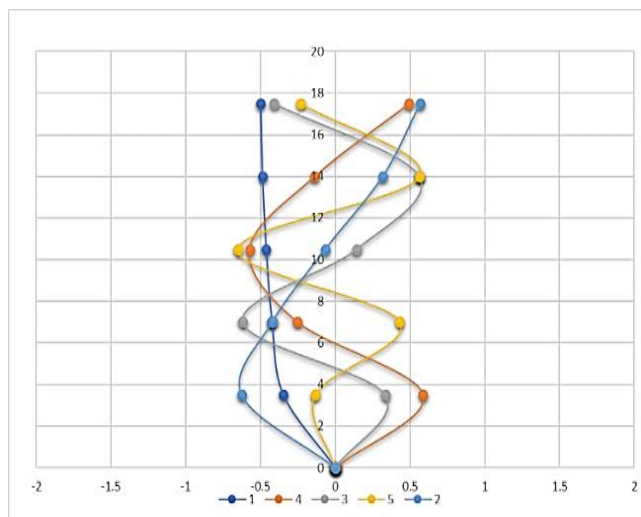


Рисунок. 2.33. Формы колебаний после появления неупругих деформаций

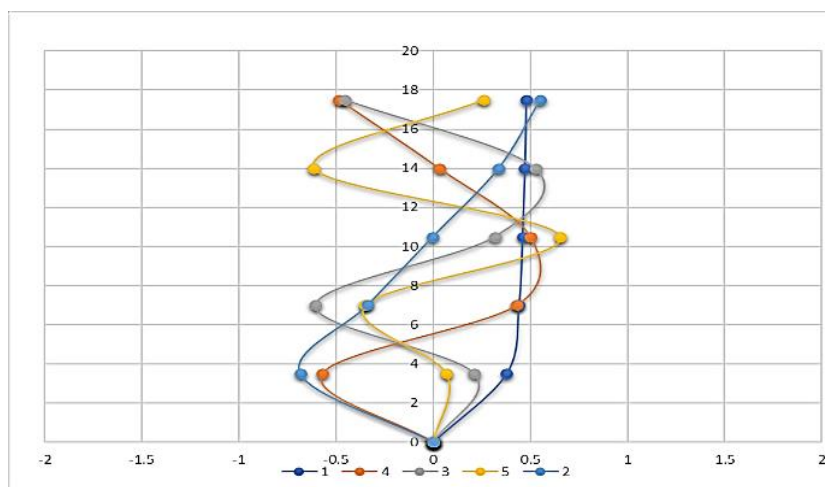


Рисунок. 2.34. Формы колебаний перед потерей несущей способности

По данным таблицы 2.3 видно, что 24-й шаг является последним шагом, при котором конструкции ещё работают в упругой стадии, а 30-й шаг предшествует разрушению конструкции.

Коэффициент неупругой работы конструкции K_1 рассчитаем по формуле (2.28)

$$K_1 = \frac{S_y}{S_u} = \frac{S_{24}}{S_{30}} = \frac{118.1}{163.03} = 0.72$$

По данным из таблицы (2.4) и уравнений (2.22-2.27) были построены кривые перемещений вплоть до полного разрушения конструкций сооружения. Затем данные кривые были преобразованы в спектр несущей способности. Полученные спектры были совмещены (Рис 2.35 и Рис 2.36).

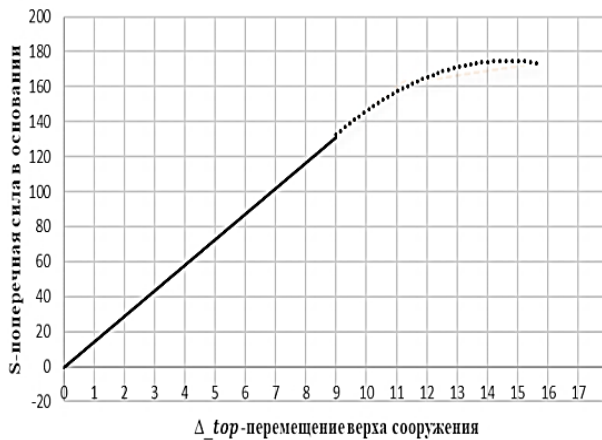


Рисунок 2.35. Кривая несущей способности сооружения

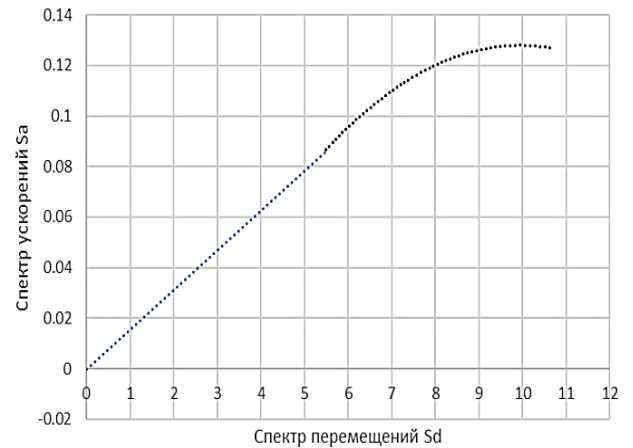


Рисунок 2.36. Спектр несущей способности сооружения

Полученные спектры были совмещены (Рис 2.37 и Рис 2.38).

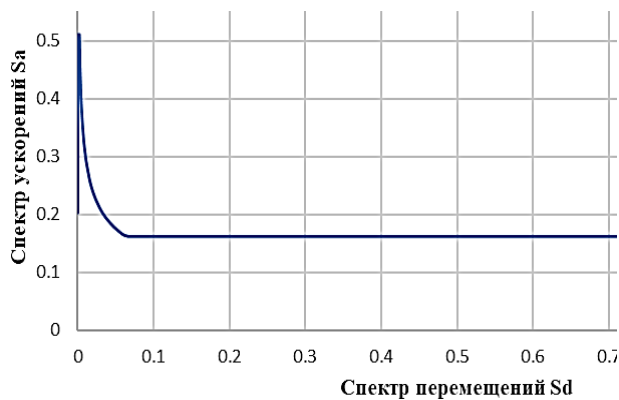


Рисунок 2.37. Спектр несущей способности

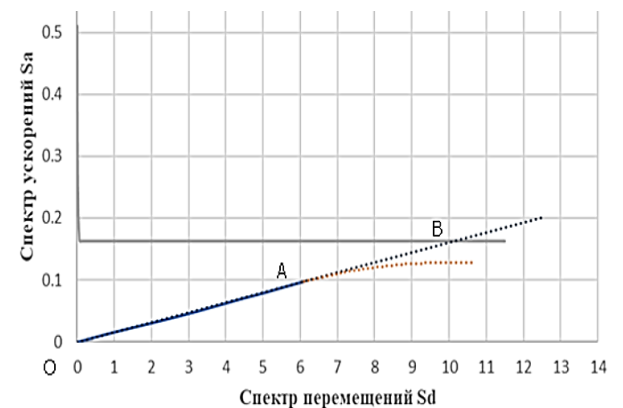


Рисунок 2.38. Совмещение спектров несущей способности

Тогда коэффициент неупругой работы конструкции K_1 рассчитаем по формуле (2.35):

$$K_1 = \frac{OA}{OB} = \frac{5.48}{10.2} = 0.54$$

Результаты расчета подтверждают, что расчетные методики, использующие динамические формы колебаний, полученные в упругой стадии работы конструкций, не отражают действительного поведения конструкций при динамических воздействиях (см. таблицу 2.3).

Изменение первой формы колебаний заметно изменило период здания, увеличив его (с 0.598 с до 1.587 с), это привело к существенным изменениям в работе системы, которые необходимо учитывать, поскольку первая форма колебаний играет определяющую роль для таких конструкций.

Правила, которые определяют значение коэффициента неупругой работы K_1 , приводят к неточности в определении сейсмических сил, которые не отражают реальное поведение конструкций при сейсмических воздействиях.

Вычисление значения коэффициента K_1 по формуле (2.28) позволяет получить более точные значения данного коэффициента, чем рассчитанные по формуле (2.35), поскольку соотношение (2.28) относится только к реакции здания и не использует при расчете ранее определенные диаграммы спектра упругой реакции конструкций.

2.3.3 Вывод по результатам рассмотренных примеров

Предложенный подход позволяет оценить расчетные значения сейсмических сил, учитывая изменение конструктивной схемы на каждом временном шаге колебаний. Изменение конструктивной схемы определяется статическим расчетом сейсмических сил, которые были определены на предыдущем этапе.

Уточненное значение коэффициента неупругой работы конструкций K_1 определяется как отношение сейсмических сил на этапе, предшествующем разрушению к сейсмическим силам на этапе, соответствующем концу упругой стадии.

Предложенный метод позволяет более подробно оценить реальные деформации конструкций при сейсмических воздействиях и учитывает использование реальных диаграмм движения грунта.

ГЛАВА 3. РАСЧЕТ СИСТЕМ ВИБРОЗАЩИТЫ СООРУЖЕНИЙ ПРИ ПРОИЗВОЛЬНЫМ КИНЕМАТИЧЕСКИМ ВОЗДЕЙСТВИЯМ

Устройство системы виброзащиты является одним из наиболее эффективных способов защиты сооружений от сейсмических воздействий, так как позволяет снизить уровни кинематических воздействий на конструкции [65]. В связи с тем, что в технической литературе и нормативной документации методы расчета подобных систем недостаточно освещены, разработка новых и уточнение существующих подходов для их учета представляется актуальной задачей.

При анализе систем с ограниченной степенью свободы, содержащих нелинейные материалы, а также при наличии небольшого количества степеней свободы, можно применять связи, основанные на передаточных функциях (ПФ) и импульсных переходных функциях (ИПФ) линейных систем [66] [67] с учетом взаимной зависимости этих функций.

Основные принципы данных методов были изложены в работе [51], где для систем с ограниченным числом степеней свободы подробно описана связь между этими функциями. Эти зависимости могут быть проиллюстрированы на примере системы с одной степенью свободы при кинематическом воздействии, для которой уравнение движения может быть записано в виде (Рисунок 3.1).

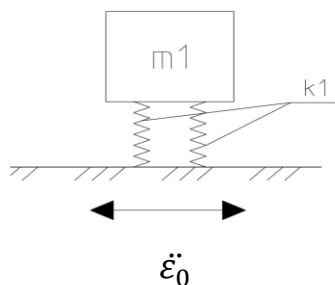


Рисунок. 3.1 Традиционная система с ОСС

$$\ddot{y} + \left(1 + 2\nu \frac{d}{dt}\right) p^2 y = -\ddot{\xi}_0 \quad (3.1)$$

Тогда определим значения для передаточной функции:

$$\ddot{\xi}_0 = 1 * e^{-i\omega t}, y = Y * e^{-i\omega t} = \bar{H}(\omega) * e^{-i\omega t} \quad (3.2)$$

$$\bar{H}(\omega) = \frac{\omega^2}{\rho^2 - \omega^2 + 2\nu\omega p^2} = \frac{\omega^2}{p^2 \left[\left(1 - \frac{\omega^2}{p^2}\right) + 2\nu\omega \right]} \quad (3.3)$$

При воздействии $E * \cos \omega$ перемещения системы вычисляется по следующей формуле:

$$y(t) = E \operatorname{Re}[\bar{H}(\omega)] = \frac{E}{p^2 A} \cos(\omega t + \varphi) \quad (3.5)$$

Где:

$$A = \left[\left(1 - \frac{\omega^2}{p^2}\right) + (2\nu\omega)^2 \right]^{1/2}, \tan \varphi = \frac{2\nu\omega}{1 - \frac{\omega^2}{p^2}} \quad (3.6)$$

Следуя общей схеме записи передаточных функций, полагаем, что

$i\omega = S_i \omega^2 = -S^2$ и вычислим корни знаменателя, приведенного к виду:

$$D = p^2 - S^2 + 2\nu\omega p^2 = D_i \quad (3.7)$$

$$S_{1,2} = -\nu p^2 \mp p \sqrt{\nu^2 p^2 - 1} = -\nu \rho^2 \mp i p^* \quad (3.8)$$

где $\rho^* = \rho(1 - \nu^2 p^2)^{1/2}$

Вычислим производную выражения (3.7)

$$\dot{D} = 2S + 2\nu^2 p^2 \quad (3.9)$$

Импульсную переходную функцию вычислим по формуле (1.7)

$$k(t) = \sum_{i=1}^2 \frac{1}{\bar{D}} e^{S_i t} = \frac{e^{(-v\rho^2 - ip^*)t}}{2ip^*} + \frac{e^{(-v\rho^2 + ip^*)t}}{-2ip^*} = \frac{e^{-v\rho^2 t}}{p^*} \sin p^* t \quad (3.10)$$

Подобную формулу можно также достаточно просто записать, воспользовавшись теоремой о количестве движения $S = m\dot{y}(t)$ и формулами, определяющими свободные колебания:

$$y_{cr} = \frac{\dot{y}_0(t) v y_0}{p^*} \sin p^* t$$

$$Ku(t) = \frac{1}{p^*} e^{-v\rho^2 t} \sin p^* t \quad (3.11)$$

При произвольном кинематическом воздействии $\ddot{\xi}_0 = E\ddot{\xi}_0(t)$ перемещения системы определяются по формуле:

$$y_{\text{л}}(t) = E \int_0^t \ddot{\xi}_0(\tau) Ku(t - \tau) d\tau \quad (3.12)$$

Тогда уравнение движения системы, жесткость которой зависит от перемещений, может быть представлено в виде:

$$m\ddot{y} + \left(1 + 2v \frac{d}{dt}\right) C(y)y = -m\ddot{\xi}_0$$

Или для удобства:

$$\ddot{y} + \left(1 + 2v \frac{d}{dt}\right) p_1^2 = -\ddot{\xi}_0 + \eta(p_1^2 - C(y))y \quad (3.13)$$

Где

$$p_1^2 = \frac{k_1}{m_1},$$

k_1 - начальная жесткость системы,

а оператор:

$$\eta = \left(1 + 2v \frac{d}{dt}\right)$$

Алгоритм решения уравнения (3.13) достаточно просто построить, записав (3.13) в виде нелинейного интегрального уравнения.

3.1. Расчет системы с двумя степенями свободы (методом передаточных и импульсных переходных функций) при кинематическом воздействии

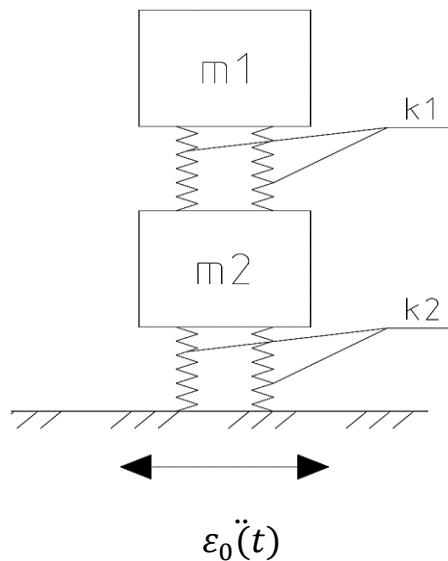


Рисунок. 3.2 Двухмассовая схема системы виброзащиты

Метод и алгоритм расчета проиллюстрируем на примере системы с двумя степенями свободы (Рисунок 3.2)

$$K_1 = C_1(\Delta y), K_2 = C_2(y_2) \quad (3.14)$$

где $\Delta y = y_1 - y_2$

Передаточные и импульсные функции (ПФ, ИПФ), определяем из расчета линейной системы в подвижной системе координат. Тогда уравнения движения системы будут иметь вид:

$$m_1 \ddot{y}_1 + \left(1 + 2v_1 \frac{d}{dt}\right) k_1 (y_1 - y_2) = -m_1 E \ddot{\epsilon}_0 \quad (3.15)$$

$$m_2 \ddot{y}_2 - \left(1 + 2v_1 \frac{d}{dt}\right) k_1 (y_1 - y_2) + \left(1 + 2v_2 \frac{d}{dt}\right) k_2 y_2 = -m_2 E \ddot{\epsilon}_0$$

где m_i, k_i, v_i ($i = 1, 2$) – соответственно, характеристики масс, диссипации и жесткости системы, y_i ($i = 1, 2$) – перемещения масс системы.

Примем:

$$y_{1(2)} = \bar{Y}_{1(2)} * e^{i\omega t}. \quad (3.16)$$

Умножим составляющие уравнения (3.15) на $1 \cdot e^{i\omega t}$ и запишем решения без учета диссипативных сил, которые достаточно просто можно учесть в окончательных формулах для ПФ и ИПФ. После подстановки (3.16) в (3.14) уравнения (3.15) можно записать в виде:

$$\begin{aligned} (K_1 - m_1 \cdot \omega^2) \bar{Y}_1 - K_2 \bar{Y}_2 &= m_1 E \ddot{\epsilon}_0 \\ -K_1 \bar{Y}_1 + (-K_1 + K_2 - m_2 \cdot \omega^2) K_2 \bar{Y}_2 &= m_2 E \ddot{\epsilon}_0 \end{aligned} \quad (3.17)$$

Приравняв к нулю определитель в (3.17) и заменив $\omega^2 = p^2$, частотное уравнение можно записать в виде

$$m_1 m_2 \{p^4 - [k_1 m_2 + (k_1 + k_2) m_1] p^2\} + k_1 (k_1 + k_2) - k_1 k_2 = 0 \quad (3.18)$$

Тогда пусть:

$$h_1 = \frac{m_1}{m_2}; s_1 = \frac{k_2}{k_1}; p_{01}^2 = \frac{k_1}{m_1}; p_{02}^2 = \frac{k_2}{m_2}; \frac{p_{01}^2}{p_{02}^2} = h_1 s_1 \quad (3.19)$$

Уравнение (3.18) можно записать в более удобном виде

$$D = m_1 m_2 [p^4 - (h_1 + h_1 s_1 + 1) p_{01}^2] = 0 \quad (3.20)$$

Значения $y_{1(2)} = \bar{Y}_{1(2)} * e^{i\omega t}$, которые, по существу, являются передаточной функцией, следует определять из системы (3.17). Таким образом, получаем уравнения:

$$Y_{1i} = \frac{\Delta y_1}{\Delta} = \frac{(k_1 - m_1 \omega^2) \cdot E m_2 \ddot{\epsilon}_0 + k_1 \cdot E m_1 \ddot{\epsilon}_0}{\Delta} = \frac{E \ddot{\epsilon}_0 \{ [k_1 m_2 + k_1 m_2] - m_2 m_1 \omega^2 \}}{\Delta} \quad (3.21)$$

$$Y_{2i} = \frac{\Delta y_2}{\Delta} = \frac{E \ddot{\epsilon}_0 \{ [k_1 m_1 + k_1 m_2] - m_2 m_1 \omega^2 \}}{\Delta} \quad (3.22)$$

Формулы (3.21), используя зависимости (3.19), можно записать в более удобном для вычисления виде. Для этого вычислим корни уравнения (3.20):

$$p_{2(1)}^2 = \left[\frac{\varphi_1}{2} \mp \sqrt{\frac{\varphi_1^2}{4} - h_1 s_1} \right] p_{01}^2, \quad (3.23)$$

где $\varphi_1 = h_1 + h_1 s + 1$

Запишем формулы для определителя и его производной по ω^2

$$\Delta(\omega) = m_2 m_1 (\omega^2 - p_1^2)(\omega^2 - p_2^2) \quad (3.24)$$

$$\frac{\partial \Delta}{\partial \omega^2} = m_2 m_1 [(\omega^2 - p_1^2) + (\omega^2 - p_2^2)] \quad (3.25)$$

Формулы для комплексных амплитуд перемещений (передаточных функций H_1 , H_2) можно записать в более удобном для вычислений виде:

$$\bar{Y}_1(\omega; t) = H_1(\omega; t) = \frac{1}{m_2 m_1 (p_2^2 - p_1^2)} \sum_{r=1}^2 (-1)^{r+1} \frac{[k_1 m_2 + k_1 m_1] - m_2 m_1 p_r^2 + k_1 m_2}{p_r^2 \left(1 - \frac{\omega^2}{p_r^2}\right)} \quad (3.26)$$

$$\bar{Y}_2(\omega; t) = H_2(\omega; t) = \frac{1}{m_2 m_1 (p_2^2 - p_1^2)} \sum_{r=1}^2 (-1)^{r+1} \frac{[k_1 m_1 + k_1 m_2] - m_2 m_1 p_r^2}{p_r^2 \left(1 - \frac{\omega^2}{p_r^2}\right)} \quad (3.27)$$

Введем в знаменатель диссипативные члены. Получим:

$$\bar{Y}_1(\omega; t) = H_1(\omega; t) = \frac{1}{m_2 m_1 (p_2^2 - p_1^2)} \sum_{r=1}^2 (-1)^{r+1} \frac{[k_1 m_2 + k_1 m_1] - m_2 m_1 p_r^2 + k_1 m_2}{p_r^2 - \omega^2 + i 2\nu_r p_r^2} \quad (3.28)$$

$$\bar{Y}_2(\omega; t) = H_2(\omega; t) = \frac{1}{m_2 m_1 (p_2^2 - p_1^2)} \sum_{r=1}^2 (-1)^{r+1} \frac{[k_1 m_1 + k_1 m_2] - m_2 m_1 p_r^2}{p_r^2 - \omega^2 + i 2\nu_r p_r^2} \quad (3.29)$$

Из (3.13), (3.14) следует, что решения (3.13), (3.14) они также могут быть выражены в виде разложения по собственным формам колебаний, относительно обобщенных координат.

Перемещения масс m_2, m_1 можно определить, воспользовавшись формулами (3.13, 3.14). В частности, при $E\ddot{\epsilon}_0 = \epsilon(t) = E \sin \omega t$ их можно записать как:

$$y_r(t) = -ERe[\bar{Y}_r(\omega; t) \cdot e^{-i\omega t}]$$

$$y_1(t) = \frac{-E}{m_2 m_1 (p_2^2 - p_1^2)} \sum_{r=1}^2 (-1)^{r+1} \frac{[k_1 m_2 + k_1 m_1] - m_2 m_1 p_r^2 + k_1 m_2}{p_r^2 - \omega^2 + i2v_r p_r^2} e^{i\omega t} = \quad (3.30)$$

$$= \frac{-E}{m_2 m_1 (p_2^2 - p_1^2)} \sum_{r=1}^2 (-1)^{r+1} \frac{[k_1 m_2 + k_1 m_1] - m_2 m_1 p_r^2 + k_1 m_2}{p_r^* A_r} \cos(\omega t - \varphi_s)$$

$$y_2(t) = \frac{-E}{m_2 m_1 (p_2^2 - p_1^2)} \sum_{r=1}^2 (-1)^{r+1} \frac{[k_1 m_1 + k_1 m_2] - m_2 m_1 p_r^2}{p_r^2 - \omega^2 + i2v_r p_r^2} e^{i\omega t} = \quad (3.31)$$

$$\frac{-E}{m_2 m_1 (p_2^2 - p_1^2)} \sum_{r=1}^2 (-1)^{r+1} \frac{[k_1 m_1 + k_1 m_2] - m_2 m_1 p_r^2}{p_r^2 A_r} \cos(\omega t - \varphi_s)$$

$$\text{Где } A_r = \sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{p_r^2}\right)^2 + \gamma_r^2}, \quad \text{tg } \varphi_s = \frac{\gamma_r}{1 - \frac{\omega^2}{p_r^2}}$$

Аналогичные формулы для перемещений масс m_1 и m_2 могут быть выведены из уравнений (3.28, 3.29), импульсные переходные функции могут быть записаны аналогично системе с одной степенью свободы.

Исходя из (3.10, 3.3), каждая составляющая передаточной функции имеет вид:

$$\frac{\omega^2}{p_r^2 \left[\left(1 - \frac{\omega^2}{p_r^2}\right) + i2v_r \omega \right]} \quad (3.32)$$

соответствует составляющая импульсной переходной функции:

$$Ku_r(t) = \frac{1}{p_r^*} e^{-v_r p_r^2 t} \sin p_r^* t \quad (3.33)$$

где $p_r^* = p_r(1 - v_r^2 p_r^2)^{1/2}$.

Для частотно-независимого внутреннего трения следует принять $v_r = \frac{\gamma_r}{2 \cdot p_r}$.

Импульсная переходная функция будет иметь вид:

$$Ku_r = \frac{1}{p_r^*} e^{-\frac{\gamma_r}{2} p_r t} \sin p_r^* t \quad (3.34)$$

Из формул (3.28, 3.29, 3.34, 3.32), можно записать импульсную переходную функцию в виде:

$$Ku_1(t) = \frac{1}{m_2 m_1 (p_2^2 - p_1^2)} \sum_{r=1}^2 (-1)^{r+1} \frac{[k_1 m_2 + k_1 m_1] - m_2 m_1 p_r^2 + k_1 m_2}{p_r^*} e^{-\frac{\gamma_r}{2} p_r t} \sin p_r^* t \quad (3.35)$$

$$Ku_2(t) = \frac{1}{m_2 m_1 (p_2^2 - p_1^2)} \sum_{r=1}^2 (-1)^{r+1} \frac{[k_1 m_1 + k_1 m_2] - m_2 m_1 p_r^2}{p_r^*} e^{-\frac{\gamma_r}{2} p_r t} \sin p_r^* t \quad (3.36)$$

Перемещения системы вычисляются по интегралу Дюамеля, используя предельный переход $\Delta t \rightarrow 0$:

$$y_i(t) = \sum_{r=1}^n \int_0^t q_r(\tau) Ku_r(t - \tau) d\tau \quad (3.37)$$

$$y_1(t) = \frac{-E}{m_2 m_1 (p_2^2 - p_1^2)} \sum_{r=1}^2 (-1)^{r+1} \frac{[k_1 m_2 + k_1 m_1] - m_2 m_1 p_r^2 + k_1 m_2}{p_r^*} \int_0^t \varepsilon(\tau) e^{-\frac{\gamma_r}{2} p_r (t-\tau)} \sin p_r^* (t - \tau) d\tau \quad (3.38)$$

$$y_2(t) = \frac{-E}{m_2 m_1 (p_2^2 - p_1^2)} \sum_{r=1}^2 (-1)^{r+1} \frac{[k_1 m_1 + k_1 m_2] - m_2 m_1 p_r^2}{p_r^*} \int_0^t \varepsilon(\tau) e^{-\frac{\gamma_r}{2} p_r (t-\tau)} \sin p_r^* (t - \tau) d\tau \quad (3.39)$$

Можно записать $\sin p_r^*(t - \tau) = \sin p_r^* t \cos p_r^* \tau - \cos p_r^* t \sin p_r^* \tau$

$$y_1(t) = \frac{-E}{m_2 m_1 (p_2^2 - p_1^2)} \sum_{r=1}^2 (-1)^{r+1} \frac{[k_1 m_2 + k_1 m_1] - m_2 m_1 p_r^2 + k_1 m_2}{p_r^*} (d1. f2 - d2. f1) \quad (3.40)$$

$$y_2(t) = \frac{-E}{m_2 m_1 (p_2^2 - p_1^2)} \sum_{r=1}^2 (-1)^{r+1} \frac{[k_1 m_1 + k_1 m_2] - m_2 m_1 p_r^2}{p_r^*} (d1. f2 - d2. f1) \quad (3.41)$$

где

$$d1 = e^{-\frac{\gamma_r}{2} p_r t} \sin p_r^* t \quad (3.42)$$

$$d2 = e^{-\frac{\gamma_r}{2} p_r t} \cos p_r^* t$$

$$f1 = \int_0^t \varepsilon(\tau) e^{-\frac{\gamma_r}{2} p_r \tau} \sin p_r^* \tau d\tau \quad (3.43)$$

$$f2 = \int_0^t \varepsilon(\tau) e^{-\frac{\gamma_r}{2} p_r \tau} \cos p_r^* \tau d\tau$$

3.2. К расчету системы с 3-мя степенями свободы (метод передаточных и импульсных переходных функций) при кинематическом воздействии

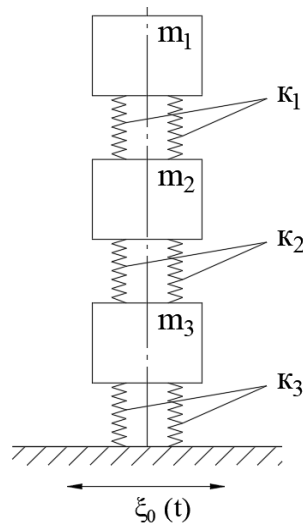


Рисунок.3.3 Трехмассовая схема системы виброзащиты

Уравнения движения системы (Рисунок 3.3)

$$\begin{aligned}
 m_1 \ddot{y}_1 + \left(1 + 2v_1 \frac{d}{dt}\right) k_1 (y_1 - y_2) &= -m_1 E \ddot{\xi}_0 \\
 m_2 \ddot{y}_2 - \left(1 + 2v_1 \frac{d}{dt}\right) k_1 (y_1 - y_2) + \left(1 + 2v_2 \frac{d}{dt}\right) k_2 y_2 &= -m_2 E \ddot{\xi}_0 \\
 m_2 \ddot{y}_3 - \left(1 + 2v_2 \frac{d}{dt}\right) k_2 (y_2 - y_3) + \left(1 + 2v_3 \frac{d}{dt}\right) k_3 y_3 &= -m_3 E \ddot{\xi}_0
 \end{aligned} \tag{3.44}$$

Где m_i, k_i, v_i ($i = 1, 2, 3$) – соответственно, характеристики масс, диссипации и жесткости системы, y_i ($i = 1, 2, 3$) - перемещения масс системы;

Примем:

$$y_i = \bar{y}_i * e^{i\omega t} \tag{3.45}$$

Умножим составляющие уравнения (3.44) на $1 \cdot e^{i\omega t}$ и построим решения без учета диссипативных сил, которые достаточно просто можно учесть в окончательных формулах для ПФ и НПФ.

После подстановки (3.45) в (3.44) можно записать уравнение относительно амплитудных значений перемещений:

$$\begin{aligned}
(K_1 - m_1 \cdot \omega^2) \bar{Y}_1 - K_1 \bar{Y}_2 &= -m_1 E \ddot{\epsilon}_0 \\
-K_1 \bar{Y}_1 + (K_1 + K_2 - m_2 \cdot \omega^2) \bar{Y}_2 - K_2 \bar{Y}_3 &= -m_2 E \ddot{\epsilon}_0 \\
-K_2 \bar{Y}_2 + (K_2 + K_3 - m_3 \cdot \omega^2) \bar{Y}_3 &= -m_3 E \ddot{\epsilon}_0
\end{aligned} \tag{3.46}$$

Используем метод Крамера для решения системы уравнений (3.46):

$$\bar{Y}_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}; \quad \bar{Y}_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}; \quad \bar{Y}_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} \tag{3.47}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} K_1 - m_1 \cdot \omega^2 & -K_1 & 0 \\ -K_1 & K_1 + K_2 - m_2 \cdot \omega^2 & -K_2 \\ 0 & -K_2 & K_2 + K_3 - m_3 \cdot \omega^2 \end{vmatrix} \tag{3.48}$$

Где Δ – определитель системы, Δ_i – определитель системы, в котором i -ый столбец заменен на вектор нагрузки

$$\begin{aligned}
D(\omega) = \Delta &= (K_1 - m_1 \cdot \omega^2)(K_1 + K_2 - m_2 \cdot \omega^2)(K_2 + K_3 - m_3 \cdot \omega^2) \\
&\quad - K_1^2(K_2 + K_3 - m_3 \cdot \omega^2) - K_2^2(K_1 - m_1 \cdot \omega^2)
\end{aligned} \tag{3.49}$$

Представим \bar{Y}_i в виде

$$\bar{Y}_i = \sum_{j=1}^3 H_{ij}(\omega) m_j \ddot{\epsilon}_0 \tag{3.50}$$

Где $H_{ij}(\omega)$ – Переходная Функция (ПФ)

В частности,

$$\begin{aligned}
\Delta_1 &= \begin{vmatrix} -m_1 \ddot{\epsilon}_0 & -K_1 & 0 \\ -m_2 \ddot{\epsilon}_0 & K_1 + K_2 - m_2 \cdot \omega^2 & -K_2 \\ -m_3 \ddot{\epsilon}_0 & -K_2 & K_2 + K_3 - m_3 \cdot \omega^2 \end{vmatrix} \\
&= \ddot{\epsilon}_0 \left[-(K_1 + K_2 - m_2 \cdot \omega^2)(K_2 + K_3 - m_3 \cdot \omega^2) - K_1 K_2 m_3 + K_2^2 m_1 \right. \\
&\quad \left. - K_1 m_2 (K_2 + K_3 - m_3 \cdot \omega^2) \right]
\end{aligned} \tag{3.51}$$

Запишем ПФ H_{11} без учёта диссипативных частей:

$$H_{11}(\omega) = \frac{\ddot{\varepsilon}_0}{D(\omega)} \left[-(K_1 + K_2 - m_2 \cdot \omega^2)(K_2 + K_3 - m_3 \cdot \omega^2) - K_1 K_2 m_3 + K_2^2 m_1 - K_1 m_2 (K_2 + K_3 - m_3 \cdot \omega^2) \right] \quad (3.52)$$

По аналогии можно записать

$$H_{21}(\omega) = \frac{\ddot{\varepsilon}_0}{D(\omega)} \left[\frac{-m_2 (K_1 - m_1 \cdot \omega^2)(K_2 + K_3 - m_3 \cdot \omega^2) - K_2 m_3 (K_1 - m_1 \cdot \omega^2) - K_1 m_2 (K_2 + K_3 - m_3 \cdot \omega^2)}{D(\omega)} \right] \quad (3.53)$$

$$H_{31}(\omega) = \frac{\ddot{\varepsilon}_0}{D(\omega)} \left[\frac{-m_3 (K_1 - m_1 \cdot \omega^2)(K_1 + K_2 - m_2 \cdot \omega^2) - K_1 K_2 m_1 - K_2 m_2 (K_1 - m_1 \cdot \omega^2) + K_1^2 m_3}{D(\omega)} \right] \quad (3.54)$$

Вычислим собственные частоты системы из уравнения (3.49), подставив $\omega = \rho$ и приравняв к нулю:

$$D(\omega) = m_1 m_2 m_3 (\omega^2 - \rho_1^2)(\omega^2 - \rho_2^2)(\omega^2 - \rho_3^2) \quad (3.55)$$

Из (3.55), запишем (3.52-3.54) как сумму простых дробей и введем в знаменатель диссипативные силы

$$H_{11}(\omega) = \frac{\ddot{\varepsilon}_0}{B} \frac{[-(K_1 + K_2 - m_2 \cdot \rho_r^2)(K_2 + K_3 - m_3 \cdot \rho_r^2) - K_1 K_2 m_3 + K_2^2 m_1 - K_1 m_2 (K_2 + K_3 - m_3 \cdot \rho_r^2)]}{\rho_r^2 - \omega^2 + i \gamma_r \rho_r^2} \quad (3.56)$$

$$H_{21}(\omega) = \frac{\ddot{\varepsilon}_0}{B} \frac{[-m_2 (K_1 - m_1 \cdot \rho_r^2)(K_2 + K_3 - m_3 \cdot \rho_r^2) - K_2 m_3 (K_1 - m_1 \cdot \rho_r^2) - K_1 m_2 (K_2 + K_3 - m_3 \cdot \rho_r^2)]}{\rho_r^2 - \omega^2 + i \gamma_r \rho_r^2} \quad (3.57)$$

$$H_{31}(\omega) = \frac{\ddot{\varepsilon}_0}{B} \frac{[-m_3 (K_1 - m_1 \cdot \rho_r^2)(K_1 + K_2 - m_2 \cdot \rho_r^2) - K_1 K_2 m_1 - K_2 m_2 (K_1 - m_1 \cdot \rho_r^2) + K_1^2 m_3]}{\rho_r^2 - \omega^2 + i \gamma_r \rho_r^2} \quad (3.58)$$

$$\text{Где } B = m_1 m_2 m_3 (\rho_3^2 - \rho_1^2)(\rho_3^2 - \rho_2^2)(\rho_2^2 - \rho_1^2)$$

Можно записать формулы для вычисления перемещений массы при кинематическом воздействии $\varepsilon(t) = \ddot{\varepsilon}_0 \sin \omega t$

$$y_r(t) = \ddot{\varepsilon}_0 \operatorname{Re} [\bar{Y}_r(\omega; t) \cdot e^{-i\omega t}] \quad (3.59)$$

$$y_1(t) = \frac{\ddot{\varepsilon}_0}{B} \sum_{r=1}^3 \frac{[-(K_1 + K_2 - m_2 \cdot \rho_r^2)(K_2 + K_3 - m_3 \cdot \rho_r^2) - K_1 K_2 m_3 + K_2^2 m_1 - K_1 m_2 (K_2 + K_3 - m_3 \cdot \rho_r^2)]}{\rho_r^2 - \omega^2} \cos(\omega t - \varphi_r) \quad (3.60)$$

$$y_2(t) = \frac{\ddot{\varepsilon}_0}{B} \sum_{r=1}^3 \frac{[-m_2(K_1 - m_1 \cdot \rho_r^2)(K_2 + K_3 - m_3 \cdot \rho_r^2) - K_2 m_3(K_1 - m_1 \cdot \rho_r^2) - K_1 m_2(K_2 + K_3 - m_3 \cdot \rho_r^2)]}{\rho_r^2 - \omega^2} \cos(\omega t - \varphi_r) \quad (3.61)$$

$$y_3(t) = \frac{\ddot{\varepsilon}_0}{B} \sum_{r=1}^3 \frac{[-m_3(K_1 - m_1 \cdot \rho_r^2)(K_1 + K_2 - m_2 \cdot \rho_r^2) - K_1 K_2 m_1 - K_2 m_2(K_1 - m_1 \cdot \rho_r^2) + K_1^2 m_3]}{\rho_r^2 - \omega^2} \cos(\omega t - \varphi_r) \quad (3.62)$$

$$\text{Где } A_r = \sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{p_r^2}\right)^2 + \gamma_r^2}, \quad \text{tg} \varphi_s = \frac{\gamma_r}{1 - \frac{\omega^2}{p_r^2}}$$

Из формул (3.60-3.62), можно записать импульсную переходную функцию в виде:

$$Ku_{11}(t) = \frac{\ddot{\varepsilon}_0}{B} \sum_{r=1}^3 (-1)^{r+1} \frac{[-(K_1 + K_2 - m_2 \cdot \rho_r^2)(K_2 + K_3 - m_3 \cdot \rho_r^2) - K_1 K_2 m_3 + K_2^2 m_1 - K_1 m_2(K_2 + K_3 - m_3 \cdot \rho_r^2)]}{p_r^*} e^{-\frac{\gamma_r}{2} \rho_r^2 t} \sin p_r^* t \quad (3.63)$$

$$Ku_{21}(t) = \frac{\ddot{\varepsilon}_0}{B} \sum_{r=1}^3 (-1)^{r+1} \frac{[-m_2(K_1 - m_1 \cdot \rho_r^2)(K_2 + K_3 - m_3 \cdot \rho_r^2) - K_2 m_3(K_1 - m_1 \cdot \rho_r^2) - K_1 m_2(K_2 + K_3 - m_3 \cdot \rho_r^2)]}{p_r^*} e^{-\frac{\gamma_r}{2} \rho_r^2 t} \sin p_r^* t \quad (3.64)$$

$$Ku_{31}(t) = \frac{\ddot{\varepsilon}_0}{B} \sum_{r=1}^3 (-1)^{r+1} \frac{[-m_3(K_1 - m_1 \cdot \rho_r^2)(K_1 + K_2 - m_2 \cdot \rho_r^2) - K_1 K_2 m_1 - K_2 m_2(K_1 - m_1 \cdot \rho_r^2) + K_1^2 m_3]}{p_r^*} e^{-\frac{\gamma_r}{2} \rho_r^2 t} \sin p_r^* t \quad (3.65)$$

Перемещения системы вычисляются с помощью интеграла Дюамеля, используя предельный переход $\Delta t \rightarrow 0$

$$y_i(t) = \sum_{r=1}^n \int_0^t q_r(\tau) Ku_r(t - \tau) d\tau \quad (3.66)$$

$$y_1(t) = \frac{\ddot{\varepsilon}_0}{B} \sum_{r=1}^3 (-1)^{r+1} \frac{[-(K_1 + K_2 - m_2 \cdot \rho_r^2)(K_2 + K_3 - m_3 \cdot \rho_r^2) - K_1 K_2 m_3 + K_2^2 m_1 - K_1 m_2(K_2 + K_3 - m_3 \cdot \rho_r^2)]}{p_r^*} \int_0^t \varepsilon(\tau) e^{-\frac{\gamma_r}{2} \rho_r^2 (t-\tau)} \sin p_r^* (t - \tau) d\tau \quad (3.67)$$

$$y_2(t) = \frac{\ddot{\varepsilon}_0}{B} \sum_{r=1}^2 (-1)^{r+1} \frac{[-m_2(K_1 - m_1 \cdot \rho_r^2)(K_2 + K_3 - m_3 \cdot \rho_r^2) - K_2 m_3(K_1 - m_1 \cdot \rho_r^2) - K_1 m_2(K_2 + K_3 - m_3 \cdot \rho_r^2)]}{p_r^*} \int_0^t \varepsilon(\tau) e^{-\frac{\gamma_r}{2} \rho_r^2 (t-\tau)} \sin p_r^* (t - \tau) d\tau \quad (3.68)$$

$$y_3(t) = \frac{\ddot{\varepsilon}_0}{B} \sum_{r=1}^3 (-1)^{r+1} \frac{[-m_3(K_1 - m_1 \cdot \rho_r^2)(K_1 + K_2 - m_2 \cdot \rho_r^2) - K_1 K_2 m_1 - K_2 m_2(K_1 - m_1 \cdot \rho_r^2) + K_1^2 m_3]}{p_r^*} \int_0^t \varepsilon(\tau) e^{-\frac{\gamma_r}{2} \rho_r^2 (t-\tau)} \sin p_r^* (t - \tau) d\tau \quad (3.69)$$

$$\int_0^t \varepsilon(\tau) e^{-\frac{\gamma}{2} \rho r^2 (t-\tau)} \sin p_r^*(t-\tau) d\tau$$

3.3. Системы виброзащиты здания с выключающимися связями при кинематическом воздействии

Снижение уровня колебаний конструкций при сейсмических воздействиях является одной из важнейших задач при проектировании систем виброизоляции. [68]

Это достигается с помощью проектирования дополнительных связей в системе, которые отключаются или разрушаются во время колебаний при больших перемещениях в зоне прохождения через резонанс. [69]

Отключение или разрушение дополнительных связей в процессе колебаний приводит к изменениям конструктивной схемы, в том числе, к изменениям собственных частот и форм колебаний и динамических характеристик сооружения (податливости, матрицы жесткости). [70] [71]

Новые собственные частоты и формы колебаний снижают значения амплитудно-частотной характеристики.

3.3.1. Система с выключающимися связями с одной степенью свободы

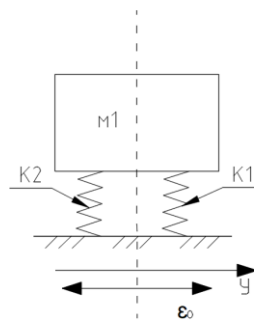


Рисунок. 3.4 Система с ОСС с выключающимися связями

Где $K1$ – жесткость системы,

$K2$ – Жесткости виброизоляторов,

$\varepsilon_0(t)$ – закон смещения основания

Уравнение движения нелинейной системы (активной виброизоляции) имеет вид: (Рисунок.3.4)

$$m\ddot{y} + \left(1 + 2\nu \frac{d}{dt}\right) C(y)y = -m\ddot{\varepsilon}_0 \quad (3.70)$$

Аналитические зависимости для связей с нелинейной зависимостью:

$$\begin{aligned} C(y)y &= K_1y \quad \text{при } y \leq y_0 \\ C(y)y &= K_1y - K_2(y - y_0) \quad \text{при } y > y_0 \end{aligned} \quad (3.71)$$

Для создания алгоритма, уравнение (3.70) необходимо преобразовать, а именно: переместить нелинейные компоненты в правую часть и добавить их к обеим сторонам уравнения $\left(1 + 2\nu \frac{d}{dt}\right) p_1^2 y$:

$$\ddot{y} + \left(1 + 2\nu \frac{d}{dt}\right) p_1^2 y = -\ddot{\varepsilon}_0 + \left(1 + 2\nu \frac{d}{dt}\right) p_1^2 y - \left(1 + 2\nu \frac{d}{dt}\right) C(y)y \quad (3.72)$$

Где $p_1^2 = \frac{k_1}{m_1}$;

Для зависимости вида (3.66) уравнение движения системы с одной степенью свободы с нелинейной связью (3.67) примет вид:

$$\ddot{y} + \left(1 + 2\nu \frac{d}{dt}\right) p_1^2 y = -\ddot{\varepsilon}_0 + \left(1 + 2\nu \frac{d}{dt}\right) \frac{K_2(y - y_0)}{m} \quad (3.73)$$

Решение уравнения (3.73) представляется в двух решениях: решение линейной системы на смещения основания и решение системы, где фиктивная нагрузка зависит от вида нелинейности

$$y = y_l - y_{нл} \quad (3.74)$$

Решение уравнения от смещения основания

$$y_{\text{л}} = \frac{-1}{p_{1\text{М}}^*} \int_0^t \varepsilon_0(\tau) e^{-n_1(t-\tau)} \sin p_1^*(t-\tau) d(\tau);$$

$$y_{\text{л}} = \frac{-1}{p_{1\text{М}}^*} \int_0^t \varepsilon_0(\tau) e^{-n_1(t-\tau)} [\sin p_1^* t \cos p_1^* \tau - \sin p_1^* \tau \cos p_1^* t] d(\tau) \quad (3.75)$$

$$= \frac{-1}{p_{1\text{М}}^*} [d_1(t)F_2(t) - d_2(t)F_1(t)];$$

Где $2n_1 = 2\nu p_1^2$, $p_1^* = \sqrt{p_1^2 - n_1^2}$

$$d_1(t) = e^{-n_1 t} \sin p_1 t; d_2(t) = e^{-n_1 t} \cos p_1 t \quad (3.76)$$

$$F_1 = \int_0^t \varepsilon_0(\tau) e^{n_1 \tau} \sin p_1^* \tau d(\tau); F_{12} = \int_0^t \varepsilon_0(\tau) e^{n_1 \tau} \cos p_1^* \tau d(\tau) \quad (3.77)$$

Нелинейная составляющая решения определяется интегральным уравнением

$$y_{\text{нл}} = \frac{1}{p_{1\text{М}}^*} \int_{t_0}^t \left(1 + 2\nu \frac{d}{dt}\right) K_2(y - y_0) e^{-n_1(t-\tau)} \sin p_1^*(t-\tau) d(\tau) \quad (3.78)$$

t_0 – время первого включения дополнительной связи в процессе колебаний.

Следуя (3.73), можно записать:

$$y_{\text{нл}} = \frac{K_2}{p_{1\text{М}}^*} \int_{t_0}^t (y - y_0) e^{-n_1(t-\tau)} [\sin p_1^* t \cos p_1^* \tau - \sin p_1^* \tau \cos p_1^* t] d(\tau) \quad (3.79)$$

$$y_{\text{нл}} = \frac{K_2}{p_{1\text{М}}^*} [d_1(t)F_2(t_0, t) - d_2(t)F_1(t_0, t)];$$

Где:

$$F_1(t_0, t) = \int_{t_0}^t \lambda_1(y \pm y_0) \cos p_1^* \tau d(\tau); F_2(t_0, t) = \int_{t_0}^t \lambda_1(y \pm y_0) \sin p_1^* \tau d(\tau)$$

Знак ((+)) при $y(t) \leq 0$

Полное перемещение вычисляется по формуле (3.74)

$\lambda_1 = 0$ при $y \leq y_0$; $\lambda_1 = 1$ при $y > y_0$;

3.3.2 Система с выключающимися связями с 2-мя степенями свободы

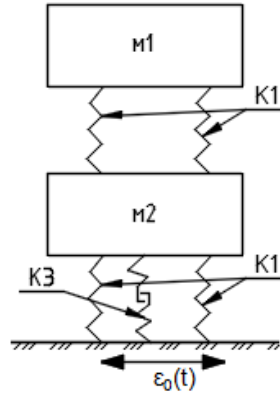


Рисунок. 3.5 Система с ДСС с выключающимися связями

Уравнения движения системы имеют вид: (Рисунок.3.5)

$$m\ddot{y}_1 + \left(1 + 2v_1 \frac{d}{dt}\right) k_1(y_1 - y_2) = -m_1 \ddot{\epsilon}_0; \quad (3.80)$$

$$m\ddot{y}_2 - \left(1 + 2v_1 \frac{d}{dt}\right) k_1(y_1 - y_2) + \left(1 + 2v_2 \frac{d}{dt}\right) c_2(y_2)y_2 = -m_2 \ddot{\epsilon}_0;$$

Второе уравнение системы перепишем в виде:

$$m\ddot{y}_2 - \left(1 + 2v_1 \frac{d}{dt}\right) k_1(y_1 - y_2) + \left(1 + 2v_2 \frac{d}{dt}\right) k_2 y_2 = -m_2 \ddot{\epsilon}_0 + \left(1 + 2v_2 \frac{d}{dt}\right) [k_2 - c(y_2)]y_2; \quad (3.81)$$

При ломанной (жесткой) нелинейной характеристике с зависимостью:

$$C(y_2)y_2 = R(y) = k_2 y_2 \text{ при } |y| \leq y_0; \quad (3.82)$$

$$C(y_2)y_2 = R(y) = k_2 y_0 + (k_2 + k_3)(y_2 - y_0) \text{ при } |y| > y_0$$

Тогда

$$f_2 = [k_2 - c(y_2)]y_2 = k_2 y_2 - k_2 y_0 + (k_2 + k_3)(y_2 - y_0) = k_3(y_2 - y_0) \quad (3.83)$$

С учетом диссипативных сил:

$$f_3 = \left(1 + 2v_1 \frac{d}{dt}\right) k_3 (y_2 - y_0). \quad (3.84)$$

Решение уравнения (3.80) можно записать, используя ИПФ в виде интегральных уравнений второго рода:

$$\begin{aligned} y_i(t) &= y_{0i}(t) + w_{0i}(t) \\ y_{0i}(t) &= \int_0^t m_i \ddot{\xi}_i(\tau) V_r(\rho_r, t - \tau) d\tau \\ w_{0i}(t) &= \int_0^t \left(1 + 2v_2 \frac{d}{dt}\right) [k_2 - c(y_2)] y_2 V_r(\rho_r, t - \tau) d\tau = \\ &= \int_0^t \Phi_i(\tau) V_r(\rho_r, t - \tau) d\tau \end{aligned} \quad (3.85)$$

$i=1,2$

Где $y_{0i}(t)$ -перемещение линейной системы от внешней нагрузки;

$w_{0i}(t)$ -перемещение линейной системы от фиктивной нагрузки, зависящей от нелинейной реакции системы;

$V_r(t)$ – импульсная переходная функция линейной системы.

Использование шагового метода по времени с итерациями на каждом шаге при построении численного алгоритма для разрешающих интегральных уравнений позволяет получить решение исходных уравнений с точностью, соответствующей заранее заданным погрешностям.

Передаточные и импульсные переходные функции $V_r(t)$ определяем из расчета линейной системы в подвижной системе координат (левая часть уравнения 3.81), которые подробно разработаны в уравнениях (3.1, 3.35, 3.36)

Можно записать импульсные переходные функции в виде:

$$K_{11}(t) = \frac{1}{m_2 m_1 (p_2^2 - p_1^2)} \sum_{r=1}^2 (-1)^{r+1} \frac{[k_1 m_2 + k_1 m_1] - m_2 m_1 p_r^2 + k_1 m_2}{p_r^*} e^{-\frac{\gamma_r}{2} p_r t} \sin p_r^* t \quad (3.86)$$

$$K_{22}(t) = \frac{1}{m_2 m_1 (p_2^2 - p_1^2)} \sum_{r=1}^2 (-1)^{r+1} \frac{[k_1 m_1 + k_1 m_2] - m_2 m_1 p_r^2}{p_r^*} e^{-\frac{\gamma_r}{2} p_r t} \sin p_r^* t \quad (3.87)$$

$$K_{12}(t) = K_{21}(t) = \frac{1}{m_2 m_1 (p_2^2 - p_1^2)} \sum_{r=1}^2 (-1)^{r+1} \frac{k_1 m_2 - m_2 m_1 p_r^2}{p_r^*} e^{-\frac{\gamma_r}{2} p_r t} \sin p_r^* t \quad (3.88)$$

$$N_1 = \frac{1}{m_2 m_1 (p_2^2 - p_1^2)} \quad (3.89)$$

Рассмотрим более подробно систему уравнений (3.85) и запишем ее в виде:

$$y_1(t) = y_{01}(t) + w_{01}(t)$$

$$y_2(t) = y_{02}(t) + w_{02}(t)$$

$$y_{01}(t) = \int_0^t m_1 \varepsilon_0(\tau) K_{11}(\rho_r, t - \tau) d\tau + \int_0^t m_2 \varepsilon_0(\tau) K_{12}(\rho_r, t - \tau) d\tau; \quad (3.90)$$

$$y_{012}(t) = \int_0^t m_2 \varepsilon_0(\tau) K_{22}(\rho_r, t - \tau) d\tau + \int_0^t m_1 \varepsilon_0(\tau) K_{21}(\rho_r, t - \tau) d\tau;$$

$$w_{01}(t) = 0;$$

$$w_{02}(t) = \int_0^t \Phi_2(\tau) K_{22}(\rho_r, t - \tau) d\tau;$$

После подстановки (3.86-3.89) в (3.90) получим:

$$y_{01}(t) = N_1 \int_0^t m_1 \varepsilon_0(\tau) \sum_{r=1}^2 (-1)^{r+1} \frac{[k_1 m_2 + k_1 m_1] - m_2 m_1 p_r^2 + k_1 m_2}{p_r^*} e^{-\frac{\gamma_r}{2} p_r (t-\tau)} \sin p_r^* (t - \tau) + N_1 \int_0^t m_2 \varepsilon_0(\tau) \sum_{r=1}^2 (-1)^{r+1} \frac{k_1 m_2 - m_2 m_1 p_r^2}{p_r^*} e^{-\frac{\gamma_r}{2} p_r (t-\tau)} \sin p_r^* (t - \tau) d\tau \quad (3.91)$$

Вычислить интеграл (3.84) можно, разделив ИПФ на части с помощью выражения:

$$\sin p_r^* (t - \tau) = (\sin p_r^* t \cos p_r^* \tau - \cos p_r^* t \sin p_r^* \tau)$$

Тогда:

$$y_{01}(t) = N_1 \int_0^t m_1 \varepsilon_0(\tau) \sum_{r=1}^2 (-1)^{r+1} \frac{[k_1 m_2 + k_1 m_1] - m_2 m_1 p_r^2 + k_1 m_2}{p_r^*} e^{-\frac{\gamma_r}{2} p_r (t-\tau)} * \quad (3.92)$$

$$\begin{aligned}
& * (\sin p_r^* t \cos p_r^* \tau - \cos p_r^* t \sin p_r^* \tau) + \\
& + N_1 \int_0^t m_2 \varepsilon_0(\tau) \sum_{r=1}^2 (-1)^{r+1} \frac{k_1 m_2 - m_2 m_1 p_r^2}{p_r^*} e^{-\frac{\gamma_r}{2} p_r (t-\tau)} * \\
& * (\sin p_r^* t \cos p_r^* \tau - \cos p_r^* t \sin p_r^* \tau) d\tau
\end{aligned}$$

Или в виде

$$y_{01}(t) = m_1 N_1 [T_{11_1} I_1 + T_{11_2} I_2] + m_2 N_1 [T_{21_1} I_1 + T_{21_2} I_2] \quad (3.93)$$

Аналогично получим:

$$y_{02}(t) = m_2 N_1 [T_{22_1} I_1 + T_{22_2} I_2] + m_1 N_1 [T_{21_1} I_1 + T_{21_2} I_2] \quad (3.94)$$

Где:

$$I_1 = d_1 F_2 - d_2 F_1; I_2 = d_3 F_4 - d_4 F_3 \quad (3.95)$$

$$d_1 = e^{-\frac{\gamma_1}{2} p_1 t} \sin p_1 t; d_2 = e^{-\frac{\gamma_1}{2} p_1 t} \cos p_1 t \quad (3.96)$$

$$d_3 = e^{-\frac{\gamma_2}{2} p_2 t} \sin p_2 t; d_4 = e^{-\frac{\gamma_2}{2} p_2 t} \cos p_2 t \quad (3.97)$$

$$F_1(t) = \int_0^t \ddot{\varepsilon}_0(\tau) e^{-\frac{\gamma_1}{2} p_1 \tau} \sin p_1^* \tau d\tau; F_2(t) = \int_0^t \ddot{\varepsilon}_0(\tau) e^{-\frac{\gamma_1}{2} p_1 \tau} \cos p_1^* \tau d\tau \quad (3.98)$$

$$F_3(t) = \int_0^t \ddot{\varepsilon}_0(\tau) e^{-\frac{\gamma_2}{2} p_2 \tau} \sin p_2^* \tau d\tau; F_4(t) = \int_0^t \ddot{\varepsilon}_0(\tau) e^{-\frac{\gamma_2}{2} p_2 \tau} \cos p_2^* \tau d\tau \quad (3.99)$$

$$T_{11_1} = \frac{[k_1 m_2 + k_1 m_1] - m_2 m_1 p_1^2 + k_1 m_2}{p_1^*}, T_{11_2} = \frac{[k_1 m_2 + k_1 m_1] - m_2 m_1 p_2^2 + k_1 m_2}{p_2^*} \quad (3.100)$$

$$T_{22_1} = \frac{[k_1 m_2 + k_1 m_2] - m_2 m_1 p_1^2}{p_1^*}; T_{22_2} = \frac{[k_1 m_2 + k_1 m_2] - m_2 m_1 p_2^2}{p_2^*}, \quad (3.101)$$

$$T_{21_1} = \frac{k_1 m_2 - m_2 m_1 p_1^2}{p_1^*}; T_{21_2} = \frac{k_1 m_2 - m_2 m_1 p_2^2}{p_2^*} \quad (3.102)$$

Вычислить $w_{02}(t)$ методом интегрирования по частям можно с помощью выражения:

$$\sin p_r^*(t - \tau) = (\sin p_r^* t \cos p_r^* \tau - \cos p_r^* t \sin p_r^* \tau)$$

$$w_{02}(t) = N_1 \int_0^t \Phi_2(\tau) \sum_{r=1}^2 (-1)^{r+1} \frac{[k_1 m_2 + k_1 m_2] - m_2 m_1 p_r^2}{p_r^*} e^{-\frac{\gamma_r}{2} p_r^* (t-\tau)} \sin p_r^*(t - \tau) d\tau \quad (3.103)$$

$$w_{02}(t) = N_1 [T_{22_1} I_3 + T_{22_2} I_4] \quad (3.104)$$

Где:

$$I_3 = d_1 F_6 - d_2 F_5; I_4 = d_3 F_8 - d_4 F_7 \quad (3.105)$$

$$F_5(t) = \int_0^t \Phi_2(\tau) e^{-\frac{\gamma_1}{2} p_1^* \tau} \sin p_1^* \tau d\tau; F_6(t) = \int_0^t \Phi_2(\tau) e^{-\frac{\gamma_1}{2} p_1^* \tau} \cos p_1^* \tau d\tau \quad (3.106)$$

$$F_7(t) = \int_0^t \Phi_2(\tau) e^{-\frac{\gamma_2}{2} p_2^* \tau} \sin p_2^* \tau d\tau; F_8(t) = \int_0^t \Phi_2(\tau) e^{-\frac{\gamma_2}{2} p_2^* \tau} \cos p_2^* \tau d\tau \quad (3.107)$$

Подставив (3.95-3.107) в (3.94), можно записать зависимости для вычисления перемещений системы. В качестве примера была рассчитана система с двумя степенями свободы со следующими характеристиками:

Массы системы $m_1 = 1,2$ т, $m_2 = 2,5$ т,

жесткости системы $k_1 = 750$ кН/м, $k_2 = 2500$ кН/м

Сейсмическая нагрузка (смещение основания) принималась по формуле (5.3, 5.4, 5.5).

Результаты расчета представлены в следующей таблице. (Таблица 3.1)

Таблица 3.1 Данные по сейсмической нагрузке

	Первая форма колебания	Вторая форма колебания
Собственные частоты системы (рад/с)	14	56,4
Перемещения массы m_1 (м)	0,042	0,000011
Перемещения массы m_2 (м)	0,025	0,000217

Определив частоты собственных колебаний и перемещения системы, можно прийти к следующим выводам: перемещения, которые соответствуют первой собственной частоте колебаний, являются определяющими, так как перемещения по второй форме колебаний крайне малы. Все эффекты нелинейности определяются при учете первой формы колебаний, поэтому можно ограничиться записью интегральных уравнений для системы с одной степенью свободы при записи переходной функции и сократить вышеуказанные выкладки. Тогда можем записать формулу (3.92) в следующем виде

$$\begin{aligned}
 y_{01}(t) = N_1 \int_0^t m_1 \varepsilon_0 \ddot{\tau} \frac{[k_1 m_2 + k_1 m_1] - m_2 m_1 p_r^2 + k_1 m_2}{p_1^*} e^{-\frac{\gamma_r}{2} p_1 (t-\tau)} (\sin p_1^* t \cos p_1^* \tau - \cos p_1^* t \sin p_1^* \tau) \\
 + N_1 \int_0^t m_2 \varepsilon_0 \ddot{\tau} \frac{k_1 m_2 - m_2 m_1 p_r^2}{p_1^*} e^{-\frac{\gamma_r}{2} p_r (t-\tau)} (\sin p_1^* t \cos p_1^* \tau - \cos p_1^* t \sin p_1^* \tau) d\tau
 \end{aligned} \quad (3.108)$$

Применение ИПФ показано в четвертой главе диссертации на примере расчета горизонтально-вращательных колебаний фундаментов.

ГЛАВА 4. УЧЕТ ГОРИЗОНТАЛЬНО-ВРАЩАТЕЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ ФУНДАМЕНТОВ ПРИ ВЫЧИСЛЕНИИ СЕЙСМИЧЕСКИХ СИЛ

Нагрузки и вибрации, возникающие в результате землетрясения, передаются от грунта к конструкциям через фундаменты. [72] Реакция сооружений на землетрясение в значительной степени зависит от взаимодействия между тремя взаимосвязанными системами, а именно: самого сооружения, фундамента (его конструктивной схемы) и характеристик грунта. [73] [74]

Одной из наиболее сложной и менее изученной проблемой в общей теории сейсмостойкости является прогноз уровней колебаний и несущей способности сооружений в рамках основной расчетной схемы с учетом или, по возможности, оценкой их основных составляющих, включая влияние уровней и характер колебаний фундаментов в зависимости от видов воздействий, конструктивных схем зданий и характеристик грунтового массива. [75] [76]

Постановка и решение подобных задач, по-видимому, наиболее реальны в рамках нелинейного метода расчета, основанного, в частности, на численных конечно-элементных методах с использованием прямого интегрирования уравнений движения. [77] [78]

Однако, сложность при проведении расчетов и анализе результатов, которые требуют высокой квалификации исполнителей, значительно снижает возможности применения подобных подходов.

Разработанные достаточно давно методы расчета сооружений на сейсмические воздействия, основанные на спектральном методе, в настоящее время являются основными в нормативных документах и широко используются при проектировании сейсмостойких зданий в так называемой линейной постановке, предоставляя проектировщику право выбора коэффициента динамичности, учитывающего влияние

неупругих деформаций (K_1). Как уже отмечалось выше, во многих работах величины этого коэффициента могут значительно отличаться. Некоторые подходы, связанные с уточнением их возможных значений, приведены в главе 2.

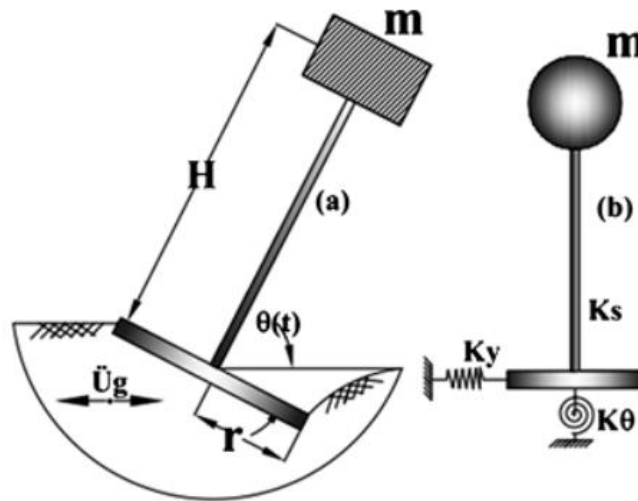


Рисунок. 4.1 Динамическая расчетная схема сооружения с учетом деформации между грунтом и фундаментом

Существует необходимость разработки аналитических методов, учитывающих деформации фундаментов зданий в грунте в процессе колебаний и их влияние на сейсмические силы и их распределение по надземной части конструкции. (Рисунок. 4.1)

В данном исследовании разработан метод расчета строительных конструкций на воздействие землетрясения, основанный на спектральной теории, учитывающий отклонения фундамента, близкие к горизонтально-вращательным колебаниям.

Алгоритм расчета фундаментов построен, используя основные зависимости метода передаточных (ПФ) и импульсных переходных функций (ИПФ), а также основные характеристики для несколько упрощенной модели, которая используется в нормативных документах: коэффициент постели при оценке упругих реакций и модифицированная модель Фойгта при учете диссипативных сил. [79]

4.1. Основные зависимости и алгоритм расчета

Принцип расчета можно показать на примере высотного здания с массивным основанием, который напоминает железобетонный блок. На такое здание воздействуют силы, вызванные сейсмическими воздействиями, такие как горизонтальные силы и момент (см. рисунок 4.2). Рассматриваются колебания в направлении, которое обладает более низкой жесткостью. (см. рисунок 4.2) [80] [81]

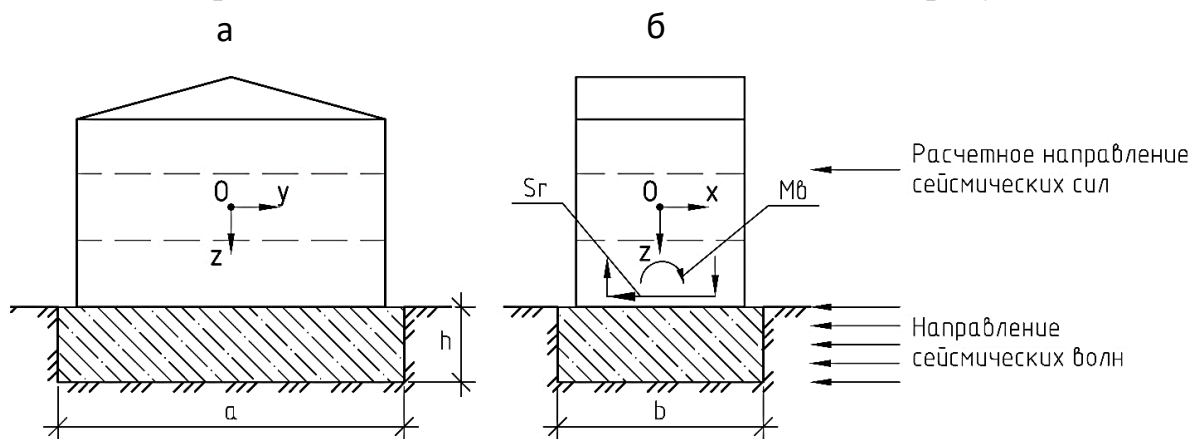


Рисунок 4.2. а – общая схема фасада; б – вид с торцевой части

Алгоритм расчета для зданий, у которых плоскость xOz является плоскостью симметрии и проходит через центр масс реакций отпора грунта под фундаментом, включает в себя систему трех уравнений плоских колебаний, которые разделяются на уравнение вертикальных колебаний и систему горизонтально-вращательных колебаний. Для определения этого алгоритма используются вычисленные по известной схеме передаточные функции (ПФ) и импульсные переходные функции (ИПФ). [82]

$$m\rho_0^2\ddot{\vartheta} + K_\vartheta\vartheta - K_{xz}X = q_1(t) = M_1(t) = e^{i\omega t} \left(M_b + S_r \frac{h}{2} \right); \quad (4.1)$$

$$m\ddot{X} + K_x X - K_{xz}\vartheta = S_r e^{i\omega t},$$

где $\rho_0^2 = \frac{I_m}{m}$ – приведенный радиус инерции;

$I_m = \frac{m}{12}(b^2 + h^2)$ – момент инерции массы фундамента относительно оси Oy ;

m – масса фундамента;

$K_{\vartheta}, K_x, K_{xz}$ – коэффициенты, определяющие упругие свойства грунта в зависимости от величины коэффициентов постели (C_z Т/М³) и вида напряженного состояния:

– в основании: $C_z, C_x, C_{xy}, C_{\varphi}$ – соответственно для равномерного сжатия, равномерного сдвига, неравномерного сдвига, неравномерного сжатия;

– по боковым граням: $C_{xб}, C_{\varphiб}, C_{zб}$ – равномерного бокового сжатия, неравномерного сжатия, равномерного сдвига;

– по торцевым граням: $C_{xт}, C_{\varphiт}, C_{y\varphiт}$ – равномерного сдвига, неравномерного сдвига, при повороте относительно оси Oy .

Равнодействующие усилий от реакций грунта показаны на рисунок. 4.3. Формулы для вычисления реакций и моментов от них приведены ниже. Значения моментов во всех случаях зависят от величины и направлений действия равнодействующих.

При единичном смещении центра масс:

– горизонтальные реакции в основании и моменты от этих реакций:

$$R_x = abC_x \quad (4.2)$$

$$M_{yx} = -\frac{abh}{2}C_x \quad (4.3)$$

– равнодействующая горизонтальных реакций по боковым граням и моменты:

$$R_{xб} = 2hbC_{xб} \quad (4.4)$$

$$M_{yxб} = -R_{xб} \frac{h}{2} = -h^2bC_{xб} \quad (4.5)$$

– равнодействующие реакций на торцах и моментов относительно оси y :

$$R_{xт} = 2haC_{xт} \quad (4.6)$$

$$M_{yxт} = -\frac{1}{8}(h_B^2 - h_H^2). \quad (4.7)$$

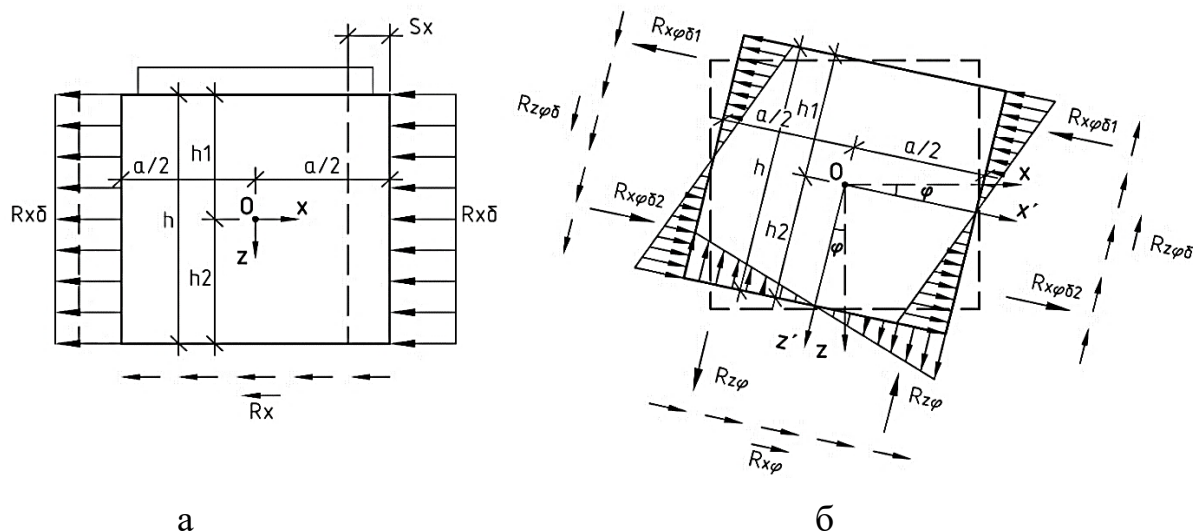


Рисунок. 4.3. Положительные направления реакций в системе: *a* – при горизонтальном смещении фундамента вправо; *б* – при повороте фундамента по часовой стрелке

При единичном повороте относительно оси Oy :

– вертикальные реакции в основании и моменты:

$$R_{z\varphi_1} = -R_{z\varphi_2} = \frac{a^2 b}{8} C_\varphi \quad (4.8)$$

$$M_{yz} = \frac{a^3 b}{12} C_\varphi; \quad (4.9)$$

– равнодействующие горизонтальных реакций в основании и моменты:

$$R_{x\varphi} = -\frac{ah_2 b}{2} C_{x\varphi} \quad (4.10)$$

$$M_{yx\varphi} = \frac{ah^2}{4} b C_{x\varphi} \quad (4.11)$$

– равнодействующие горизонтальных реакций по боковым граням и моменты:

$$R_{xy\delta} = R_{xy\delta_1} - R_{xy\delta_2} = \frac{1}{8}(h_1^2 - h_2^2)bc_{x\delta} \quad (4.12)$$

$$M_{x\varphi\delta} = \frac{h^3}{6}bc_{x\delta} \quad (4.13)$$

– суммарная вертикальная реакция по боковым граням и момент:

$$R_{z\varphi\delta_1} = bh \frac{a}{2} C_{z\delta} = 0 \quad (4.14)$$

$$M_{z\varphi\delta} = R_{z\varphi\delta_1} a = h \frac{a^2}{2} C_{z\delta} \quad (4.15)$$

Воспользовавшись зависимостями (4.2)–(4.15), запишем формулы для вычисления коэффициентов системы (4.1):

$$K_{\vartheta} = M_{yz} + M_{yx\varphi} + M_{x\delta\varphi} + M_{z\delta\varphi} + M_{y\tau\varphi}; \quad (4.16)$$

$$K_{xz} = M_{yx} \quad (4.17)$$

$$K_x = R_x + R_{x\delta} + R_{x\tau}. \quad (4.18)$$

Упругие постоянные удобно принять в долях от коэффициента C_z , например: $C_x = C_z$, $C_{\varphi} = 2C_z$, $C_{z\varphi} = 2,1C_z$, $C_{x\delta} = 0,7C_z$, $C_{x\varphi} = 0,8C_z$, $C_{z\delta} = 0,7C_z$, $C_{x\tau} = 0,6C_z$.

Вычислим коэффициенты по следующим формулам:

$$K_{\vartheta} = \frac{a^3b}{12} + 0,7 \frac{ah^2}{4}b + 0,7 \frac{h^3b}{6} + \frac{ha^2}{2}b + 2I_y \cdot 0,8C_z \text{ (м}^4\text{)}; \quad (4.19)$$

$$K_{xz} = 0,8 \frac{ahb}{2} C_z \text{ (м}^3\text{)}; \quad (4.20)$$

$$K_x = (ab + 2hb \cdot 0,7 + 2ha \cdot 0,6)C_z \text{ (м}^2\text{)}. \quad (4.21)$$

Следуя общей схеме записи ПФ и ИПФ, полагаем в определителе системы (4.1) $\omega^2 = p^2$. Приравняв определитель к нулю, решим частотное уравнение, корни которого определяют частоты собственных колебаний системы из уравнений (4.22):

[83]

$$p_2^4 - \left(\frac{K_x \rho^2}{m} + \frac{K_\vartheta}{m \rho_0^2} \right) p^2 + p_{\vartheta_0}^2 p_{x_0}^2 - \frac{K_{xz}}{m^2 \rho_0^2} = 0 \quad (4.22)$$

Где:

$$p_{\vartheta_0}^2 = \frac{K_\vartheta}{m \rho} = \frac{\frac{a^3 b}{12} + 0,7 \frac{a h^2}{4} b + 0,7 \frac{h^3 b}{6} + \frac{h a^2}{2} b + 2 I_y \cdot 0,8 C_z}{m \rho} \quad (4.23)$$

$$p_{x_0}^2 = \frac{K_x}{m} = \frac{(ab + 2hb \cdot 0,7 + 2ha \cdot 0,6) C_z}{m} \quad (4.24)$$

4.2. Передаточные и импульсные переходные функции в задачах расчета плоских колебаний массивных тел в грунте

Передаточные функций уравнение (4.1) принимает вид: [84]

$$m \rho_x^2 \dot{\vartheta} + K_\vartheta \vartheta - K_{xz} X_1 = M_c e^{i\omega t}; \quad (4.25)$$

$$m \dot{X}_1 + K_x X_1 - K_{xz} \vartheta = S_r e^{i\omega t}.$$

Подставив в (4.26) $\vartheta = \Theta e^{i\omega t}$; $x = X e^{i\omega t}$, после сокращения на $e^{i\omega t}$ получим уравнение форм для этого случая:

$$(K_\vartheta - m \rho^2 \omega^2) \Theta - K_{xz} X = M_{\text{сум}} \quad (4.26)$$

$$-K_{xz} \Theta + (K_x - m \omega^2) X = S_r. \quad (4.27)$$

Из решений системы уравнений (4.26-4.27) получаем формулы для передаточных функций в виде

$$H_{1x} = \frac{(K_\vartheta - m \rho^2 \omega^2) S_x + K_{xz} M_c}{D} = \frac{h_{rx} S_x + K_{xz} M_s}{D} \quad (4.28)$$

$$H_{1\vartheta} = \frac{(K_x - m\rho^2\omega^2)M_c + K_{xz}S_x}{D} = \frac{h_{r\vartheta}M_c + K_{xz}S}{D} \quad (4.29)$$

Где $h_{rx} = K_\vartheta - m\rho_0^2\rho_r^2$, $h_{r\vartheta} = K_x - m\omega^2$

Частотное уравнение удобно записать в виде следующей системы уравнений:

$$D = m_0^2\rho_y^2\omega^2 - (K_\vartheta + \rho_y^2K_x)m_0\omega^2 + K_xK_\vartheta - K_{xz}^2 = 0$$

$$m_0^2\rho_y^2N(P) = m_0^2\rho_y^2[p^4 - (\rho_y^2S_{x\vartheta} + 1)p_{o\vartheta}^2P^2 + p_{ox}^2p_{o\vartheta}^2 - p_{oxz}^4] = 0 \quad (4.30)$$

Где $S_{x\vartheta} = \frac{K_x}{K_\vartheta}$, $p_{o\vartheta}^2 = \frac{K_\vartheta}{m_0\rho_y^2}$, $p_{ox}^2 = \frac{K_x}{m}$, $p_{oxz}^4 = \frac{K_{xz}^2}{m^2\rho_0^2}$

Далее, следуя общей записи ПФ и ИПФ, определитель системы записываем в виде:

$$D(\omega) = m^2\rho_y^2(\omega^2 - p_1^2)(\omega^2 - p_2^2) \quad (4.31)$$

Где P_r - корни уравнения (4.31)

Вычисляем производную (4.31) по ω^2

$$\frac{dD(\omega)}{d\omega^2} = m\rho_y^2[(\omega^2 - p_1^2) + (\omega^2 - p_2^2)] \quad (4.32)$$

после чего можем представить передаточные функции в виде разложения по формам собственных колебаний:

$$H_x = H_x^* e^{i\omega t} = \frac{1}{m_0^2\rho_y^2(p_1^2 - p_2^2)} \sum_{r=1}^2 (-1)^{r+1} \frac{h_{rx}S_x + K_{xz}M_s}{P_r^2 - \omega^2 + i\gamma_r P_r^2}$$

$$= N(P_r) \sum_{r=1}^2 (-1)^{r+1} \frac{h_{rx}S_x + K_{xz}M_s}{p_r^2 A(P_r^2)} e^{i\omega t} \quad (4.33)$$

$$H_\vartheta = H_\vartheta^* e^{i\omega t} = N(p_r) \sum_{r=1}^2 (-1)^{r+1} \frac{h_{r\vartheta}M_c + K_{xz}S}{p_r^2 A(P_r^2)} \quad (4.34)$$

где:

$$N(P_r) = \frac{1}{m_0^2 \rho_y^2 (p_1^2 - p_2^2)}, A = 1 - \frac{\omega^2}{p_r^2} + i\gamma_r \quad (4.35)$$

Воспользовавшись зависимостями, определяющими связь ПФ и ИПФ, можем записать формулы для вычисления импульсных переходных функций: [85]

$$K_{иxx}^* = N(p_r) S_x \sum_{r=1}^2 (-1)^{r+1} \frac{h_{rx}}{P_r} e^{-\frac{\gamma_r}{2} p_r t} \sin p_r t \quad (4.36)$$

$$K_{иx\vartheta}^* = N(p_r) S_x K_{xz} M_c \sum_{r=1}^2 (-1)^{r+1} \frac{1}{P_r} e^{-\frac{\gamma_r}{2} p_r t} \sin p_r t \quad (4.37)$$

$$K_{и\vartheta\vartheta}^* = N(p_r) M_c \sum_{r=1}^2 (-1)^{r+1} \frac{h_{r\vartheta}}{P_r} e^{-\frac{\gamma_r}{2} p_r t} \sin p_r t \quad (4.38)$$

Коэффициенты при $\cos \omega t$ можно вычислить, выделив действительную часть в зависимостях (4.37), (4.38). В частности:

$$X_1 = \sum_{r=1}^2 (-1)^{r+1} \frac{L_x(r)(\omega^2 - p_r^2 + ip_r^2 \gamma_r)}{(p_r^2 - \omega^2) - \gamma_r^2 p_r^4} (\cos \omega t - i \sin \omega t), \quad (4.39)$$

Где

$$L_x = \frac{1}{\Delta} \sum_{r=1}^2 (-1)^{r+1} (K_\vartheta - m \rho_0^2 p_r^2) S_r + K_{xz} M_B \quad (4.40)$$

$$L_\vartheta = \frac{1}{\Delta} \sum_{r=1}^2 (-1)^{r+1} (K_x - m p_r^2) M_B + K_{xz} S_r; \quad (4.41)$$

$$\Delta = m \rho_0^2 (p_2^2 - p_1^2) \quad (4.42)$$

В результате можем записать формулу для амплитуды при $\cos(\omega t + \varphi_r)$

$$X_1(t) = \sum_{r=1}^2 (-1)^{r+1} \frac{L_x(p_r)}{(p_r^2 - \omega^2)^2 + \gamma_r^2 p_r^4} \cos(\omega t - \varphi_{x_r}) \quad (4.43)$$

$$\vartheta(t) = \sum_{r=1}^2 (-1)^{r+1} \frac{L_\vartheta(p_r)}{(p_r^2 - \omega^2)^2 + \gamma_r^2 p_r^4} \cos(\omega t - \varphi_\vartheta) \quad (4.44)$$

где:

$$\operatorname{tg} \varphi_r = \frac{\gamma_r^2}{1 - \frac{\omega^2}{p^2}} \quad (4.45)$$

Для оценки влияния колебаний фундамента на сейсмические силы можно сравнивать амплитудных значений ускорений грунта с дополнительными амплитудами ускорений и сил, учитывающих горизонтально-вращательные колебания фундамента. В данном случае можно использовать модифицированную гипотезу Фойгта и полагая $\gamma_r^2 = 0,2$, значение угла сдвига можно оценить по формуле: [86] [87]

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \varphi_{x_r} &= \frac{\gamma_r^2}{1 - \frac{\omega^2}{p^2}} \approx \operatorname{tg} \varphi_{\vartheta_r}; \\ \operatorname{tg} \varphi_{x_r} &= \operatorname{tg} \varphi_{\vartheta_r} \end{aligned} \quad (4.46)$$

4.3 Пример расчета

Для учёта влияния горизонтально-вращательных колебаний фундаментов от сейсмической силы при расчете основной системы с определением суммарных значений рассмотрим 7-ми этажное здание с железобетонным каркасом, показанное на рисунке 4.4.

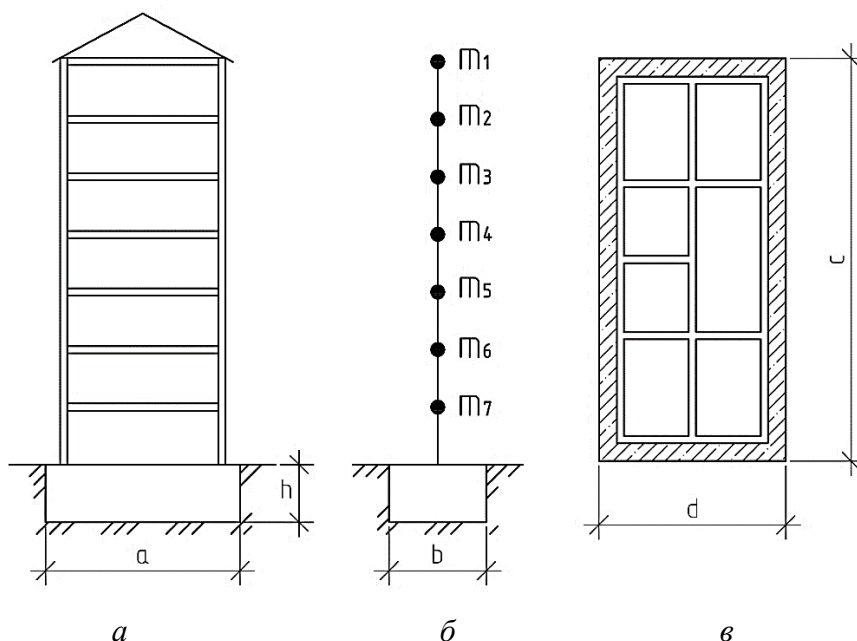


Рисунок. 4.4 Вертикальный и горизонтальный разрезы (а, в); расчетная схема (б)

Найдем значения частот собственных колебаний в данном случае:

$$n_1 = 2,45 \text{ Гц}, n_2 = 7,1 \text{ Гц} (P_1 = 15,07 \text{ рад/с}, P_2 = 44,58 \text{ рад/с}),$$

Частота возмущающего воздействия $\omega = 10 \text{ Гц}$ (62,8 рад/с)

Размеры и масса фундамента (рис.4.3):

$$a = 27,5 \text{ м}, b = 12,5 \text{ м}, h = 3,5 \text{ м}, m = 27,67 \cdot 10^2 \text{ т} \text{ с} = 27,5 \text{ м}, d = 12,5 \text{ м}, h = 3,5 \text{ м}, M_\phi = 27,67 \text{ т}.$$

Приведенные поэтажные массы:

$$m_1 = 1170 \text{ т}; m_2 \div m_7 = 1370 \text{ т}$$

Поскольку речь идет об общей оценке влияния перемещений фундамента на результаты расчета, при определении сейсмических сил ограничимся первой нормированной формой колебаний здания с координатами

$$Y_{m_{1 \div 7}} (0,176; 0,147; 0,116; 0,085; 0,055; 0,03; 0,01) \cdot 10^{-1}$$

При вычислении сейсмических сил воспользуемся зависимостью:

$$S_{jr} = m_j Y_{jr} I_r^* \sum_{i=1}^n Y_{ir} m_i, \quad (\text{при } r = 1), \quad (4.47)$$

где S_{jr} – сейсмическая сила, приложенная к j -й массе.

$$I_1^* = p_1^* \int_0^t \ddot{\xi}_0(\tau) e^{-\frac{\gamma}{2} p_1(t-\tau)} \sin p_1(t-\tau) d\tau \quad (4.48)$$

Анализируя влияние колебаний фундамента на сейсмические силы, мы можем использовать упрощенную зависимость $\ddot{\xi}(t)$:

$$\ddot{\xi}(t) = A\omega^2 \cos\omega t. \quad (4.49)$$

в этом случае, полагая $\frac{p_1^*}{A_1} = H_0$ запишем:

$$I_1(t) = H_0 \cos\omega(t - \varphi), \quad (4.50)$$

Где

$$A_1 = \sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{p_1^2}\right)^2 + p_r^2 \gamma^2} \quad (4.51)$$

$$\text{Тогда } \operatorname{tg}\varphi = \frac{\gamma r}{1 - \frac{\omega^2}{p_1^2}} = \frac{0,04}{1 - \frac{10^2}{2,4^2}} = -0,0023.$$

Вычисленная ранее первая частота собственных колебаний здания: $n_1 = 2,45$ Гц, $p_1^2 = 2,37 \cdot 10^2 (\text{рад/с})^2$. Частота внешнего воздействия: $n_1 = 10$ Гц, $\omega^2 = (10 \cdot 6,28)^2 = 3944 (\text{рад/с})^2$.

Для качественной оценки влияния жесткости здания на величины дополнительных сил рассчитаем также более жесткое здание с первой частотой собственных колебаний: $n_1 = 7,1$ Гц, $\omega^2 = (6,28 \cdot 7,1)^2 = 1988 \left(\frac{\text{рад}}{\text{с}}\right)^2$. Тогда для 1-го варианта:

$$A_1 = \sqrt{\left(1 - \frac{2,37 \cdot 10^2}{39,44 \cdot 10^2}\right)^2 + 0,1^2} \approx 15,67; I_1 = \frac{p_1^*}{16,1} = p_1^* \cdot 6,4 \cdot 10^{-2} \quad (4.52)$$

Для 2-го варианта:

$$A_2 = \sqrt{\left(1 - \frac{19,32 \cdot 10^2}{39,44 \cdot 10^2}\right)^2 + 0,1^2} \approx 1; I_2 = p_1^* \cdot 1 \quad (4.53)$$

При

$$N_x = \sum_{r=1}^2 Y_{i1} m_i = 106,9 \text{ т} \cdot \text{м} \quad (4.54)$$

В качестве более наглядного примера вычислим коэффициент S_{11} для 1-ого варианта

$$S_{11} = H_0 \cdot 11,7 \cdot 10^2 \cdot 176 \cdot 10^{-2} \cdot 6,4 \cdot \left(1,76 \cdot 10^{-2} \cdot 11,7 \cdot 10^2 + 13,7 \cdot 10^2 \sum_{i=1}^7 Y_{i1}\right)$$

$$S_{11} = H_0 \cdot 13,43 \cdot 10^2 \text{ Кн}$$

Амплитудные значения сейсмических сил рассчитываются с использованием расчетных формул, которые принимают вид:

– для первого варианта (при $p_1 = 15,22$ рад/с):

$$S_i = m_i Y_{i1} p_i = 6,4 \cdot 10^{-2} \cdot 106,9 = 6,84 \text{ кН}; \quad (4.55)$$

– для второго варианта (при $p_1 = 44,6$ рад/с):

$$S_i = m_i Y_{i1} p_i = 106,9 \text{ кН}. \quad (4.56)$$

На верхнюю плоскость фундамента при амплитудных значениях сейсмических сил передаются:

$$S_r = \sum_{i=1}^7 S_i \quad \text{– суммарная горизонтальная сила;} \quad (4.57)$$

$$M_{BH} = \sum_{i=1}^7 S_i h_i \quad \text{– суммарный момент.}$$

Используя зависимости (4.49–4.57), определяем, что для 1-го варианта:

$$S_r = 518 \text{ кН}; \quad M_{BH} = 82,2 \cdot 10^2 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

– для 2-го варианта:

$$S_r = 809,4 \text{ кН}; \quad M_{BH} = 12,84 \cdot 10^4 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Перемещения центра масс фундамента и угол поворота относительно оси Oy для обоих вариантов из зависимостей (4.30)–(4.41) в таком случае будут равны для 1-го варианта:

$$X_1(t) = 2,58 \cdot 10^{-8} \cdot 5,18 \cos(\omega t - \varphi_0) = 13,41 \cdot 10^{-6} \cos(\omega t - \varphi_1) \text{ м};$$

Для 2-го варианта:

$$X_1(t) = 2,59 \cdot 10^{-8} \cdot 0,894 \cdot 10^4 \cos(\omega t - \varphi_3) = 2,315 \cdot 10^{-4} \text{ м};$$

$$\vartheta(t) = 0,221 \cdot 10^{-8} \cdot 12,84 \cdot 10^4 \cos(\omega t - \varphi_4) = 2,83 \cdot 10^{-4} \cos(\omega t - \varphi_4) \text{ рад}.$$

Дополнительные горизонтальные ускорения центра масс при частоте воздействия 10 Гц ($\omega^2 = 3,94 \cdot 10^3 (\text{рад/с})^2$) вычислим, воспользовавшись (4.50), (4.52). Для 1-го варианта получаем:

$$W_{X_1} = \frac{d^2}{dt^2} X_0 \cos(\omega t - \varphi_1) = 0,1341 \cdot 10^{-4} \cdot 0,394 \cdot 10^4 \cos(\omega t - \varphi_1) =$$

$$= 0,05 \cos(\omega t - \varphi_1) \left(\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right);$$

$$W_{\vartheta_1} = \frac{d^2}{dt^2} 0,186 \cdot 10^{-4} \cdot 0,394 \cdot 10^4 \cos(\omega t - \varphi_2) = 0,07 \cos(\omega t - \varphi_2) (\text{рад/с})^2 ;$$

Для 2-го варианта:

$$W_{X_1} = 2,351 \cdot 10^{-4} \cdot 0,394 \cdot 10^4 \cos(\omega t - \varphi_3) = 0,916 \cos(\omega t - \varphi_3) (m/c^2) ;$$

$$W_{\vartheta_1} = 2,83 \cdot 10^{-4} \cdot 0,394 \cdot 10^4 \cos(\omega t - \varphi_4) = 1,115 \cos(\omega t - \varphi_4) (\text{рад/с})^2 .$$

Влияние дополнительных перемещений (и ускорений) центра масс фундамента на величины сейсмических сил оценивалось сравнением величины дополнительных и начальных ускорений.

При анализе влияния угла поворота относительно оси Oy необходимо учесть значительную величину дополнительных сейсмических сил. Их влияние может быть значительным.

При оценке влияния колебаний фундамента на величину сейсмических сил следует учитывать (таблица 4.1):

- а) сейсмические силы и моменты при горизонтальном смещении центра масс;
- б) сейсмические силы и моменты при угле поворота относительно оси Oy .

В каком из двух частота вынужденных колебаний принята равной $n_0 = 10$ Гц; $\omega^2 = 3944 (\text{рад/с})$. Дополнительные горизонтальные силы и моменты в таком случае будут равны для 1-го варианта:

$$S_{r_d} = 0,05 \cdot 518 = 25,9 \text{ кН};$$

$$S_{\vartheta_d} = 0,07 \cdot 82,2 \cdot 10^2 = 575 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

Для 2-го варианта:

$$S_{r_d} = 0,916 \cdot 809,4 = 741,4 \text{ кН};$$

$$S_{\vartheta_d} = 1,115 \cdot 12,84 \cdot 10^2 = 14,31 \cdot 10^2 \text{ кН} \cdot \text{м} .$$

Величины дополнительных сейсмических сил и моментов при угле поворота фундамента относительно оси Oy :

$$S_{rд} = W_{\vartheta} \sum_{i=1}^7 m_i h_i = W_{\vartheta} \cdot 1149 \text{ кН}; M_{\varthetaд} = W_{\vartheta} \sum_{i=1}^7 m_i h_i^2 = W_{\vartheta} \cdot 116,49 \cdot 10^2 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

Тогда для 1-го варианта:

$$S_{rд} = 0,05 \cdot 1149 = 57,45 \text{ кН};$$

$$S_{\varthetaд} = 0,07 \cdot 116,14 \cdot 10^2 = 813 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

Для 2-го варианта:

$$S_{rд} = 0,916 \cdot 1149 = 1103 \text{ кН};$$

$$S_{\varthetaд} = 1,115 \cdot 116,14 \cdot 10^2 = 1,3 \cdot 10^4 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Таблица 4.1 Сейсмические силы и моменты, возбуждаемые при горизонтально-вращательных колебаниях фундамента, и их сравнение с начальными величинами

Начальные значения		При горизонтальном смещении центра масс			При угловых ускорениях			Отношение дополнительных сейсмических сил и моментов к начальным, %	
сейсмических сил, кН	моментов, кН·м	ускорение, м/с ²	сейсмические силы, кН	моменты, кН·м	ускорение, (рад/с ²)	сейсмические силы, кН	моменты, кН·м	сейсмические силы	моменты
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Первый вариант									
518	8220	0,05	25,9	575	0,07	57,45	813	16	16,8
Второй вариант									

8094	128400	0,916	7414	1432	1,115	9024	14310	101	112
------	--------	-------	------	------	-------	------	-------	-----	-----

4.5 Выводы

1. Изменение жесткости надфундаментного строения имеет существенное влияние на сейсмические силы и моменты, связанные с горизонтальными колебаниями фундамента. При увеличении первой собственной частоты здания с 2,4 до 7,1 Гц, суммарные значения сейсмических сил возрастают примерно в два раза, что приводит к повышению балльности.

2. Необходимо учесть следующие факторы при уточнении результатов расчета реальных зданий:

- смещение фазы между сейсмическими силами и перемещением фундамента;
- точное определение суммарных сейсмических сил и их изменений во времени.

3. Результаты работы следует рассматривать как приближенные и качественные из-за ограничений в задании, касающихся упругих характеристик грунта. Тем не менее, полученные соотношения представляют интерес для проектирования сейсмостойких зданий.

ГЛАВА 5. ПРИМЕРЫ РАСЧЕТА

5.1. Расчет сооружений на сейсмические воздействия с учетом изменения конструктивной схемы при колебаниях (шаговый метод по времени) и метод Pushover

Результаты примера заключается в сравнении двух методов (предложенным методом в работы и методом Pushover) при определении значения коэффициента k_1 , а также с значениями k_1 которые приняты в наших нормах.

Алгоритм расчета системы с конечным числом степеней свободы с учетом изменения конструктивной схемы при колебаниях на основе шагового метода по времени, был разработан и представлен в 2-ой главе.

Для рассматриваемого в этой главе 3-х этажного железобетонного здания (Рисунок.5.1, 5.2) с симметричной схемой и высотой этажа 3,5 м, приняты такие параметры для расчета (Таблица.5.1, 5.2): [88]

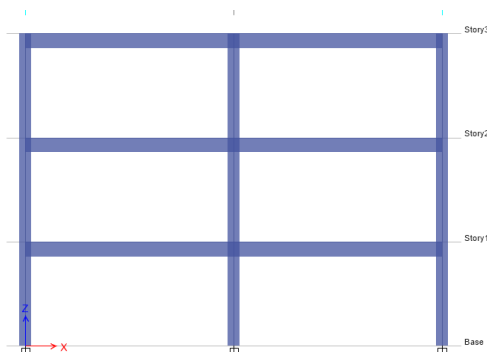


Рисунок 5.1. Железобетонный каркас

Рисунок. 5.2. Расчетная схема здания

Таблица 5.1 Свойства материалов

Бетон В25				
Модуль упругости	Расчётное сопротивление	Основные деформационные характеристики		
$E = 30000,0$ МПа	$R_b = 18,5,0$ МПа	$\epsilon_{b1} = 0,0040$	$\epsilon_{b0} = 0,005$	$\epsilon_{b2} = 0,003$
Класс арматуры А400				
Модуль упругости	Расчётное сопротивление	Основные деформационные характеристики		
$E = 2,0 * 10^5$ МПа	$R_s = 400,0$ МПа	$\epsilon_{s0} = 0,0020$	$\epsilon_{s2} = 0,0250$	

Таблица 5.2. Характеристика элементов каркаса

Колонны	Балки
40x40 см	25x50 см

Ускорение колебаний поверхности грунта принято в виде: (Рисунок.5.3)

$$a(t) = A_1 \sin(\omega_1 \cdot t) + A_2 \sin(\omega_2 \cdot t) \quad (\text{м/с}^2) \quad (5.1)$$

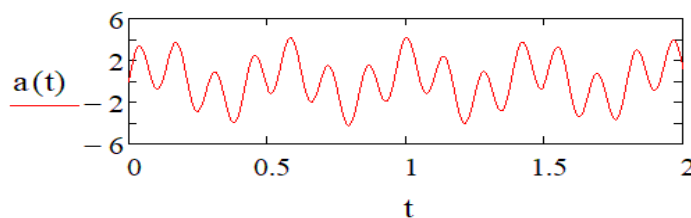


Рисунок 5.3. Ускорение земли

Для анализа с помощью метода Pushover [89] [90] были определены свойства зон пластичности в соответствии с нормативным документом (ASCI 41-17) при расчете были определены сейсмические силы и их распределение до разрушения здания. (Рисунок.5.4-5.5)

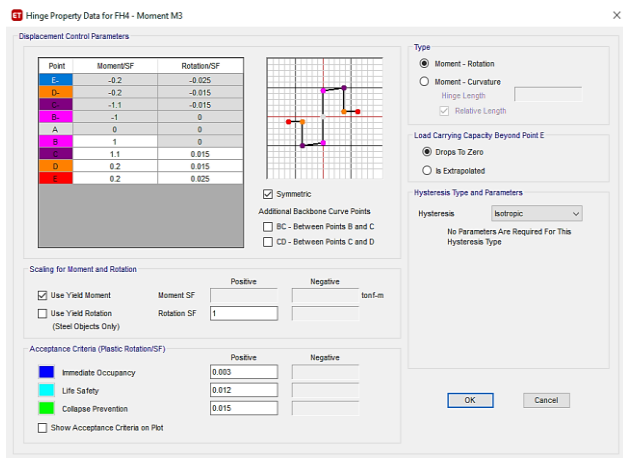


Рисунок. 5.4. Свойства шарнира балки

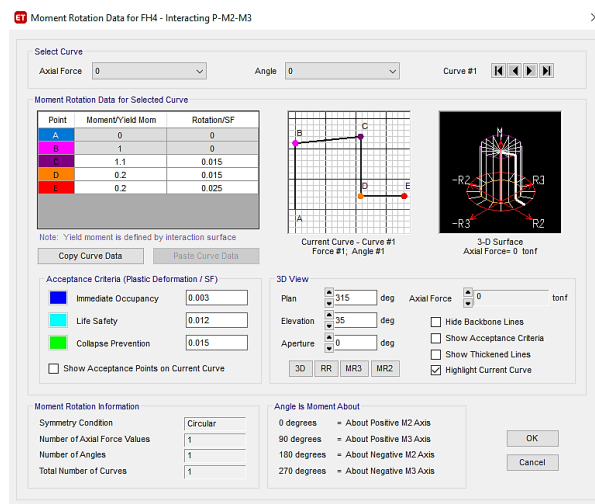


Рисунок 5.5. Свойства шарнира колонны

Таблица 5.3. Результаты расчета

Шаг	Время t_i (с)	Сейсмические силы, приложенные к каждой массе M_i , тонн			Поперечная сила в основании S , тонн	Перемещение верха сооружения Δ_{top} , мм	Количество появившихся пластических шарниров	Место появления пластических шарниров
		S_1	S_2	S_3				
0	0	0	0	0	0	0		
5	0.004	0.13	0.14	0.15	0.42	0.0004	Стадия упругая работы конструкции	
10	0.008	0.43	0.53	0.64	1.6	0.0017		
15	0.012	0.79	1.14	1.32	3.25	0.0034		
20	0.016	2.03	2.45	2.21	6.69	0.0066		
24	0.019	3.9	4.2	3.2	11.3	0.0106		
25	0.02	4.5	4.7	3.5	12.7	0.0118	3	1-й этаж
29	0.0235	5.93	6.22	5.16	17.3	0.0218	1	1-й этаж
30	0.0289	5.94	6.233	5.175	17.348	0.029	5	1-й и 2-й этажи
					17.348	0.219		разрушение

Периоды трех форм колебаний на различных этапах по времени даны в таб. 5.4, 5.5

Таблица 5.4 Периоды форм колебаний

Шаг	t (с)	Период i -ой формы T , с		
		T_1	T_2	T_3
1-24	0.0192	0.453	0.138	0.08
25-29	0.0235	0.692	0.173	0.087
30	0.0289	0.831	0.185	0.087

Таблица 5.5. Результаты анализа Pushover

Шаг	Перемещение верха сооружения Δ_{top} , m	Поперечная сила в основании S, тонн	
0	0	0	Стадия упругой работы конструкции
1	0.003972	4.152	
2	0.018491	12.7698	
3	0.020298	13.4667	Стадия неупругой работы конструкции
4	0.027508	14.4702	
5	0.061034	17.2423	
6	0.141968	21.1552	
7	0.188273	23.3101	
8	0.193609	23.5512	

Механизм разрушения определялся для каждого варианта. Схема расположения пластических шарниров показана ниже. (Рисунок.5.6-5.7)

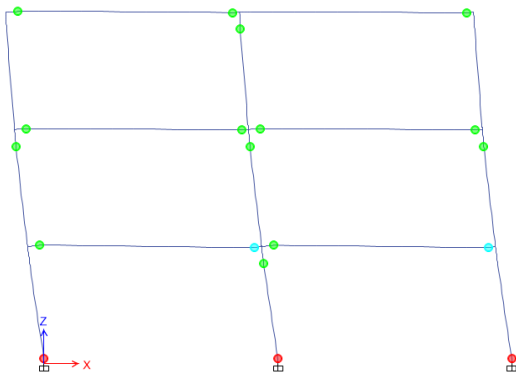


Рисунок 5.6. Механизм разрушения

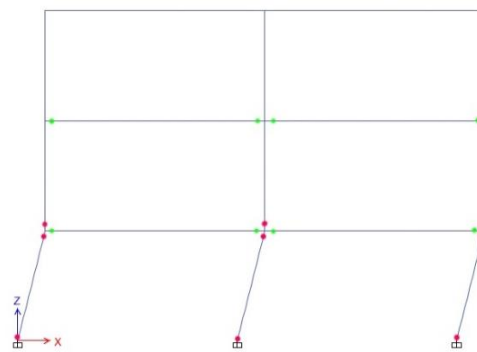


Рисунок 5.7. Механизм разрушения
(шаговый метод по времени)

Кривая несущей способности и кривая спектра несущей способности показаны на рисунк. 5.8-5.9.

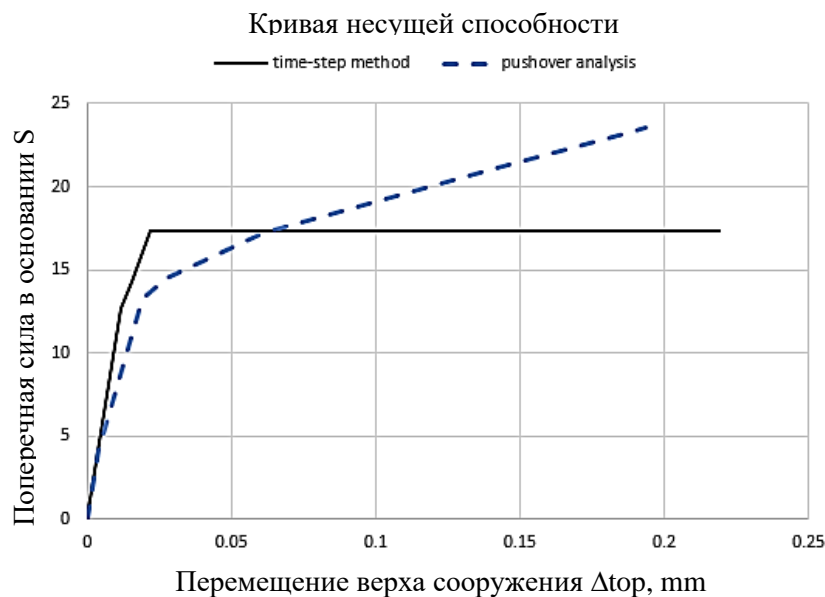


Рисунок 5.8. Кривая несущей способности

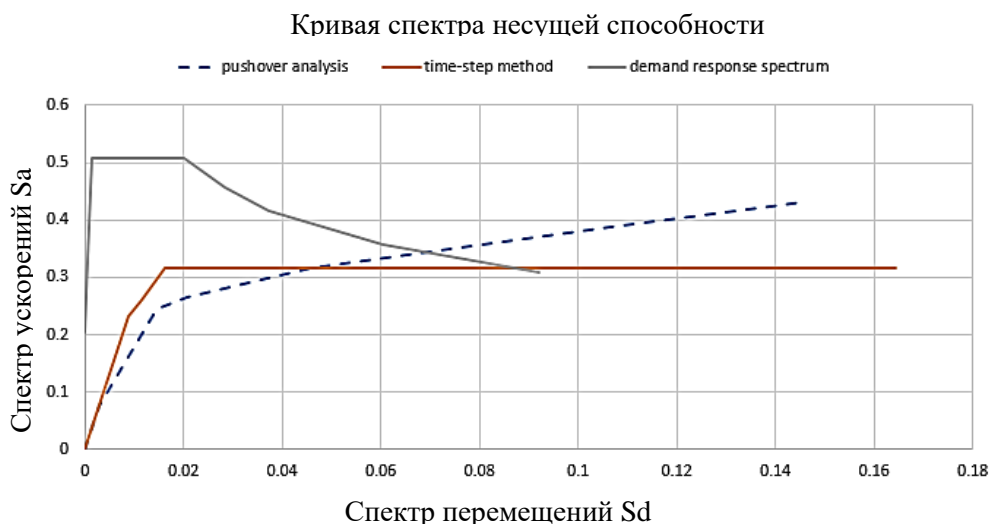


Рисунок 5.9. Кривая спектра несущей способности

Коэффициент K_1 , учитывающий неупругую работу конструкции, рассчитывается по формуле (2.28).

В соответствии с методом, принятым в работе:

$$K_1 = \frac{S_y}{S_u} = \frac{S_{24}}{S_{29}} = \frac{11.31}{17.3} = 0.65$$

Из анализа Pushover

$$K_1 = \frac{S_y}{S_u} = \frac{S_2}{S_6} = \frac{12.77}{21.155} = 0.6$$

При вычислении по формуле (2.35) соответственно:

по методу, принятому в работе, $K_1 = 0,533$, по методу Pushover $K_1 = 0,55$.

Оба метода дают равные значения поперечных сил в основании и смещения перекрытия в конце упругой стадии (табл. 5.3 и 5.5). Метод, принятый в работе, учитывает влияние образования пластических шарниров и разрушения в элементах на динамические характеристики конструкции (матрицы жесткости, формы колебаний, матрицы нормированных форм колебаний), что, соответственно, приводит к изменению сейсмических сил, их распределения и механизмов обрушения (рис. 5.7 и 5.8) (таблица 5.3 и 5.5).

Метод pushover учитывает распределение сил сейсмического воздействия в соответствии с формами колебаний здания только в условиях упругости.

Данная работа описывает новый подход, который учитывает динамические изменения в распределении сейсмических сил на каждом временном шаге, а также учет изменения в элементах конструкции в процессе колебаний.

Оба метода дают приблизительные значения коэффициента неупругой работы конструкции K_1 , которые отличаются от значений, принятых в российском стандарте ($K_1=0,25$ для данного типа здания).

Значения коэффициента неупругой работы K_1 , вычисленные по формуле (2.28), можно считать более точными, чем определенные по формуле (2.35), поскольку соотношение (2.28) зависит только от поведения здания и не учитывает диаграмму спектра реакции, которая может не соответствовать истинным смещениям грунта.

Предложенный метод позволяет уточнять после развития неупругих деформаций: распределение и величину сейсмических сил на каждом шаге по времени в соответствии с матрицей жесткости, вычисленной на предыдущем этапе.

5.2 Расчет виброизолированного здания с нелинейными характеристиками при кинематическом воздействии (смещении основания)

Оценивается влияние отключения или разрушения дополнительных связей между несущей системой и фундаментами на величину перемещения верха здания в процессе колебаний. [91] [92]

Отключение или разрушение дополнительных связей приводит в процессе колебаний происходят изменения в конструктивной схеме, динамических характеристиках сооружения (матрице жесткости или податливости), а также в собственных частотах и формах колебаний.

На примере системы с тремя степенями свободы уточняется процент максимального значения перемещений верха здания и реакция в упругих связях в зависимости от отношения частоты вынужденных колебаний к собственной $\frac{\omega}{\rho_0} = \eta_0$.

(Рисунок.5.10-5.12)

Свойства и характеристики конструкций приняты в соответствии с нормами РФ.

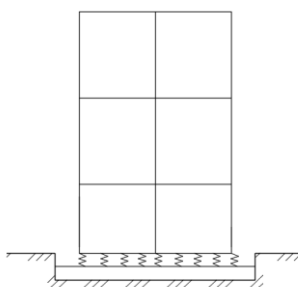


Рисунок.5.10 Разрез здания

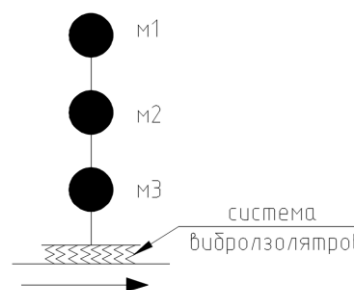


Рисунок.5.11 Расчетная динамическая схема здания

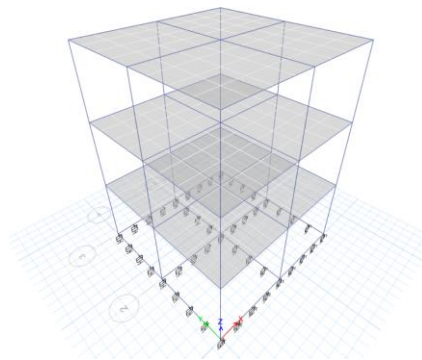


Рисунок.5.12 Расчетная динамическая схема

Составив уравнения движения (система виброизоляторов выключена), определим частоты, периоды, матрицу жесткости K и матрицу масс M (т),

$$T = \begin{pmatrix} 0,095 \\ 0,17 \\ 0,555 \end{pmatrix} \text{ (с)}$$

Периоды

$$\omega = \begin{pmatrix} 10,6 \\ 5,88 \\ 1,8 \end{pmatrix} \text{ (Гц)}$$

Частоты

$$M = \begin{bmatrix} 67,31 & 0 & 0 \\ 0 & 67,31 & 0 \\ 0 & 0 & 60,61 \end{bmatrix} \text{ (тонн)}$$

матрица масс

$$K = \begin{bmatrix} 175424,843 & -107559,047 & 21531,282 \\ -107559,047 & 159578,255 & -75159,107 \\ 21531,282 & -75159,107 & 56528,263 \end{bmatrix} \text{ (т/м)}$$

матрица жесткости

Количество виброизоляторов определяется в соответствии с их несущей способностью при: $p = 10$ Гц.

$$k_{\text{сум}} = M_{\text{зд}}(2 \cdot \pi \cdot p)^2 = 770737,14 \text{ кН/м}$$

На каждом шаге определяем жесткость здания, сейсмические силы и перемещения верхнего этажа при жесткости виброизоляторов $k_{\text{сум}} = k_1$, на втором шаге $k_2 = 0,95k_1$, и.т.д.

Строим амплитудно-частотную характеристику по формуле

$$A = \frac{1}{1 - \frac{\omega^2}{p^2}} \quad (5.2)$$

Сейсмические нагрузки (смещение основания), которые действуют на здание, заданы в виде спектра реакции. Параметры функции спектра реакции соответствуют нормам СП 14.13330.2014. (Рисунок.5.13)

Здание находится в сейсмической зоне (8 баллов), категория грунта I.

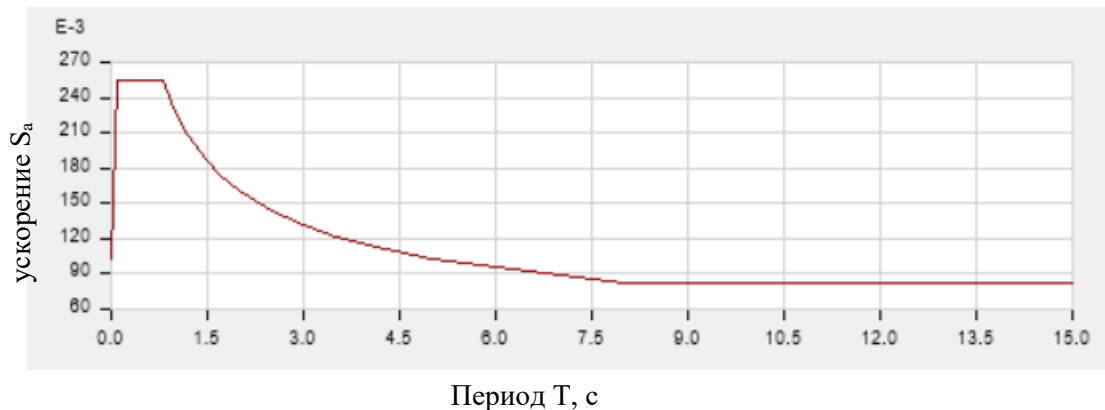


Рисунок.5.13 Функция смещения основания в виде спектра реакции перемещения верхнего этажа = Δ всего – Δ Виброизолятора

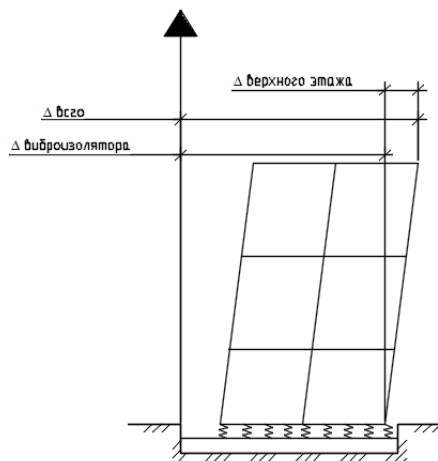


Рисунок 5.14 Основные смещения каркаса здания

В результатах были вычислены сейсмические силы, частоты, периоды и матрицы жесткости в зависимости от отношения частоты собственных колебаний к частотам, вынужденных. (таблица 5.6) (рисунок 5.14)

Таблица 5.6. Результаты расчета

$\%k_1$	Жесткости виброизоляторов k_i (кН/м)	Поперечная сила в основании S , кН	Перемещение верха сооружения Δ_{top} , мм	p (Гц)	Амплитудно-частотная характеристика A	ω/p
0.95	732195	247.49	12	9.75	5.180722	1.113191
0.9	693000	243.98	11.9	9.48	4.233316	1.144238
0.85	655200	240.49	11.7	9.22	3.598649	1.176782
0.8	616500	237.17	11.58	8.94	3.119788	1.213155
0.75	577800	233.5	11.4	8.66	2.753401	1.253124
0.7	539100	229.5	11.2	8.36	2.464027	1.297323
0.65	500400	224.6	10.96	8.06	2.229692	1.346555
0.6	462420	221	10.78	7.75	2.039354	1.400763
0.55	423900	216	10.5	7.42	1.876857	1.463023
0.5	385200	208.2	10.1	7.07	1.737746	1.534757

Результаты представлены также в виде графиков на рис 5.15- 5.17.

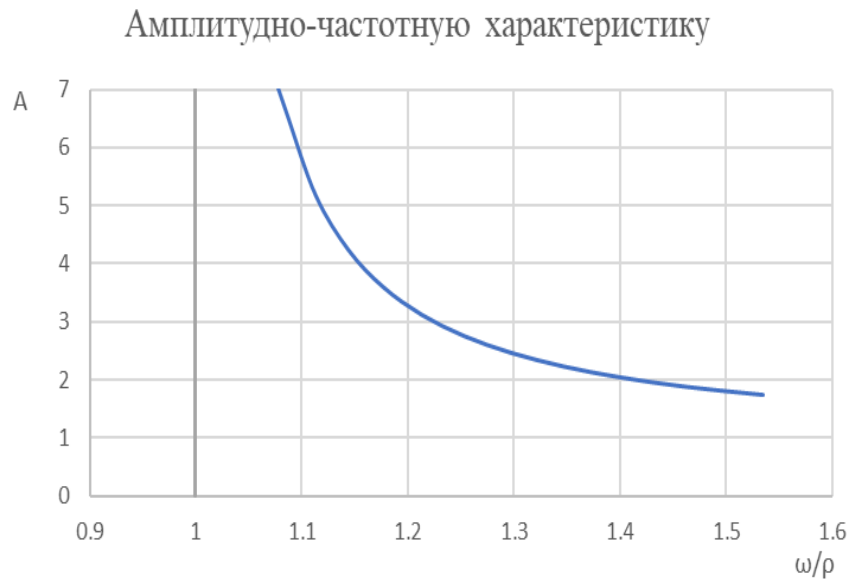


Рисунок.5.15 Амплитудно-частотная характеристика

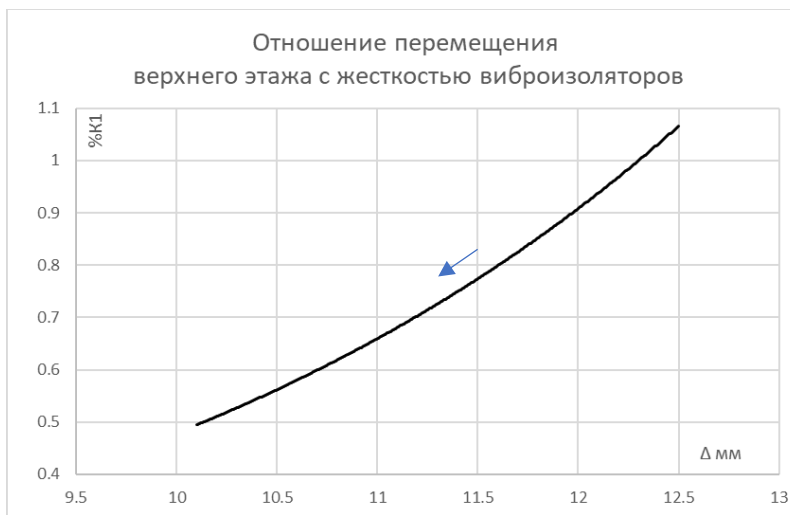


Рисунок 5.16 Соотношение перемещения верхнего этажа и жесткости виброизоляторов

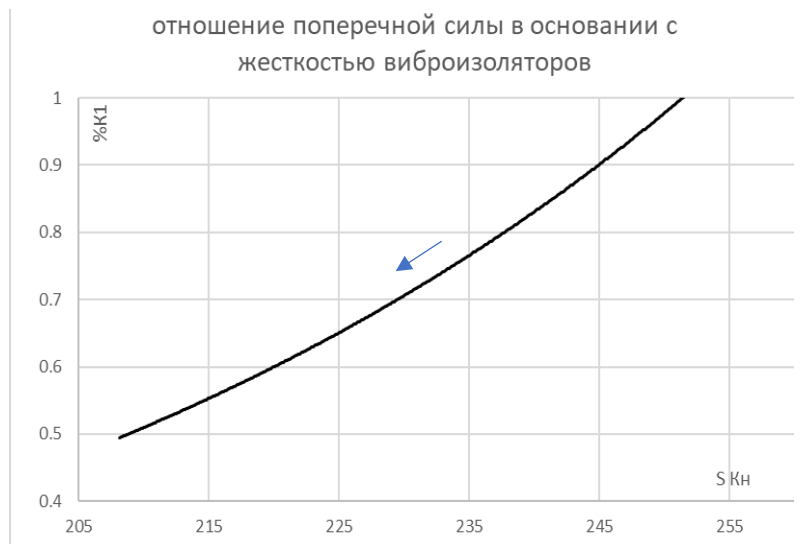


Рисунок.5.17 Соотношение поперечной силы в основании и жесткости виброизоляторов

Результаты расчета системы без виброизоляторов. (Таблица 5.7)

Таблица 5.7. Результаты расчета

$\%k_1$	Поперечная сила в основании S , кН	Перемещение верха сооружения Δ_{top} , мм
Без связи	420	24,68

Как показали результаты расчета, отключение или разрушение дополнительных связей в процессе колебаний может снижать перемещения до 40%, поперечную силу в основании до 49% при значении жесткости виброизоляторов равно 50% от k_1 , и величины амплитуд до 30%.

5.3 Примеры расчета систем с конечным числом степеней свободы при произвольных кинематических воздействиях

Алгоритмы расчета примеров, разработанных в 4-ой главе.

5.3.1 Системы с одной степенью свободы (рис.3.1)

В качестве внешнего воздействия (перемещение основания) принималась зависимость, характерная для машин с вращающимися частями на всех стадиях работы оборудования (рисунок 5.18):

В эксплуатационном режиме

$$\ddot{\varepsilon}(t) = \varepsilon_0 \sin \omega t \quad (5.3)$$

В пусковом режиме

$$\ddot{\varepsilon}(t) = \varepsilon_0 \left(\frac{at}{\omega}\right)^2 \sin\left(\frac{a(t^2 - t_1^2)}{2} + \omega t_1\right) \quad (5.4)$$

В остановочном режиме

$$\ddot{\varepsilon}(t) = \varepsilon_0 \left(\frac{\omega - b(t - t_2)}{\omega}\right)^2 \sin\left(\omega t - \frac{b(t - t_2)^2}{2}\right) \quad (5.5)$$

Где t_1 - время перехода к эксплуатационному режиму, t_2 - время начала остановки, t_3 - время полной остановки. a, b (рад/с) - скорости нарастания и убывания числа оборотов.

$$a = \frac{\omega}{t_1}, b = \frac{\omega}{t_3 - t_2} \quad (5.6)$$

Была рассчитана система со следующими параметрами:

масса системы $m_1 = 2,5$ т, жесткость системы $k_1 = 986$ кН/м, собственная частота системы $p_1 = 5$ Гц, частота возмущающей силы $\omega = 12$ Гц, коэффициент затухания $\gamma_1 = 0,1$.

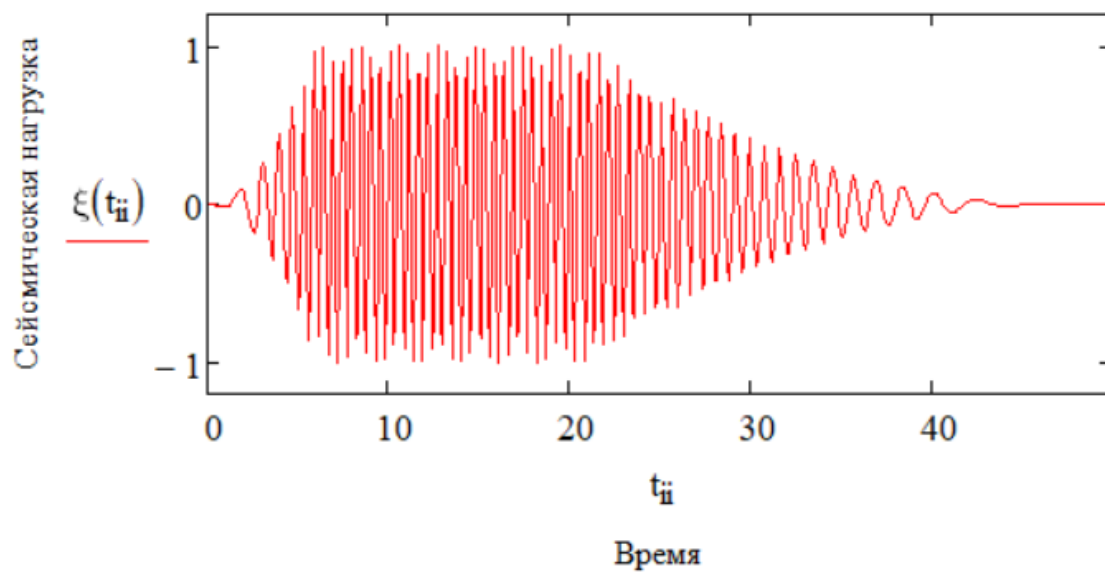


Рисунок 5.18. Ускорение грунта

Результаты расчета приведены на таб. 5.8 и рисунок 5.19

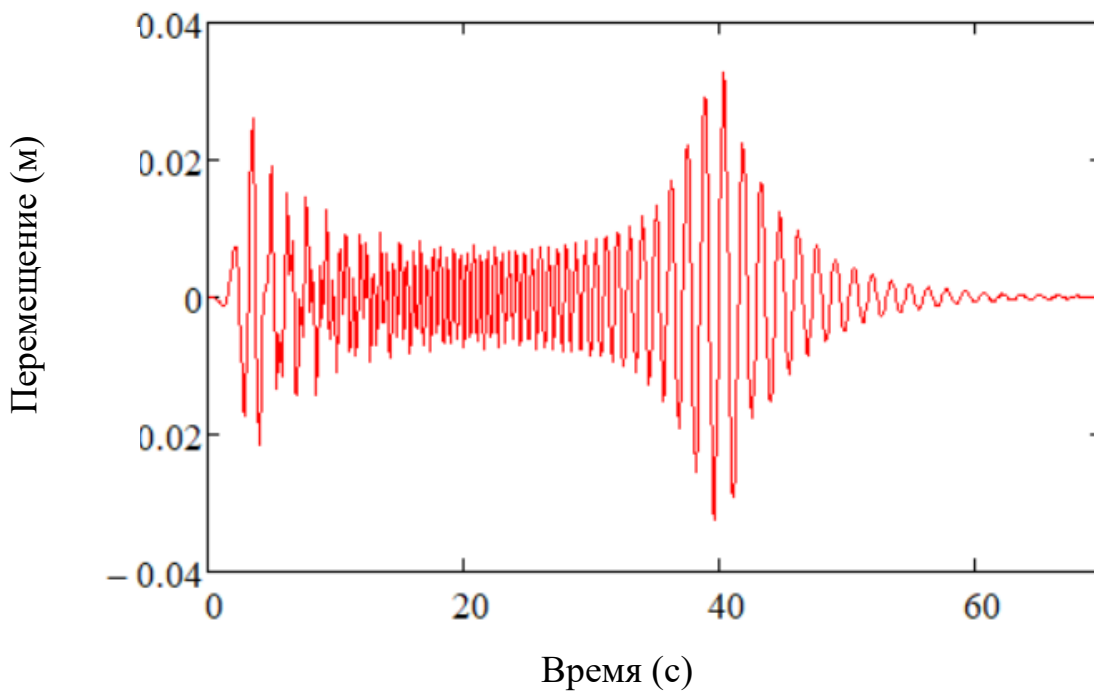


Рисунок 5.19. Перемещения системы

Таблица 5.8 Перемещения системы

U_{\max} (м) при пуске	U_{\max} (м) при остановке
0,028	0,033

5.3.2 Системы с двумя степенями свободы с динамическим гасителем

5.3.2.1 Задача динамического гасителя

Для оценки влияния динамического гасителя на величину перемещений массы m_1 рассмотрим систему из предыдущего примера (5.3.1) с дополнительной массой m_2 (масса гасителя), используя те же параметры сейсмической нагрузки.

Алгоритм решения этой задачи проводится в соответствии с решением задачи системы с двумя степенями свободы (3.1, рис 3.2)

Первый вариант (масса гасителя под массой системы)

Параметры, принятые при расчете системы:

масса системы $m_1 = 2,5$ т, жесткость системы $k_1 = 986$ кН/м, собственные частота системы $p_1 = 5$ Гц, $p_2 = 8$ Гц, частота возмущающей силы $\omega = 12$ Гц, коэффициент затухания $\gamma_{1,2} = 0,1$, масса гасителя $m_2 = 1,2$ т, жесткость связи гасителя $k_2 = 2524$ кН/м

Результаты расчета приведены на таб. 5.9 и рисунок 5.20

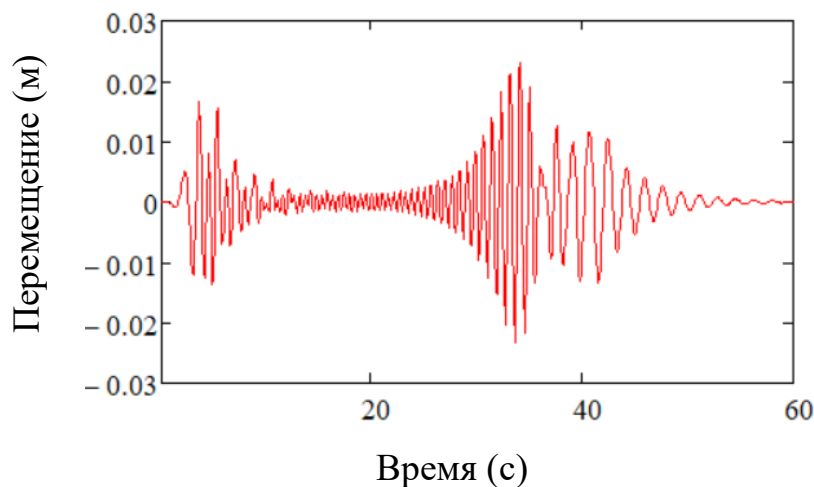


Рисунок 5.20. перемещения массы m_1

Таблица 5.9 Перемещения массы m_1

При пуске		При остановке	
Y_{\max} (м)	Уменьшение амплитуды m_1 в %	Y_{\max} (м)	Уменьшение амплитуды m_1 в %
0,018	64%	0,023	69%

Результаты показали, что в системе с динамическим гасителем (*масса гасителя под массой системы*) амплитуда перемещений снизилась на 69%.

Второй вариант (масса гасителя над массой системы)

Результаты расчета

Таблица 5.10 Перемещения массы m_1

При пуске		При остановке	
Y_{\max} (м)	Увеличение амплитуды m_1 в %	Y_{\max} (м)	Увеличение амплитуды m_1 в %
0,042	57%	0,067	50%

Результаты показали, что в системе с динамическим гасителем (*масса гасителя над массой системы*), амплитуда перемещений массы m_1 увеличилась на 50%.

Третий вариант (масса гасителя над массой системы)

Масса системы $m_2 = 2,5$ т, жесткость системы $k_2 = 986$ кН/м, частота возмущающей силы $\omega = 12$ Гц, коэффициент затухания $\gamma_{1,2} = 0,1$, масса гасителя $m_1 = m_2/4 = 0,625$ т, жесткость связи гасителя $k_1 = k_2/2 = 493$ кН/м

Таблица 5.11 Перемещения массы m_1

При пуске		При остановке	
Y_{\max} (м)	Уменьшение амплитуды m_1 в %	Y_{\max} (м)	Уменьшение амплитуды m_1 в %
0,016	57%	0,022	67%

Результаты расчета показали, что в системе с динамическим гасителем (*масса гасителя над массой системы*) амплитуда перемещений массы m_1 снизилась на 67%.

5.3.2.2 Системы с двумя степенями свободы при произвольных кинематических воздействиях

Алгоритм решения разработан в 3-ей главе (3.1, рис 3.2).

Параметры, принятые при расчете системы:

массы системы $m_1 = 5$ т и $m_2 = 10$ т, жесткость системы $k_1 = 4000$ и $k_2 = 5000$ кН/м, частота возмущающей силы $\omega_1 = 40$ рад/с, $\omega_2 = 15$ рад/с

Сейсмическая нагрузка (смещение основания) принималась в виде: (Рисунок 5.21-5.22)

$$\varepsilon(t) = A \sin(\omega t) \quad (5.7)$$

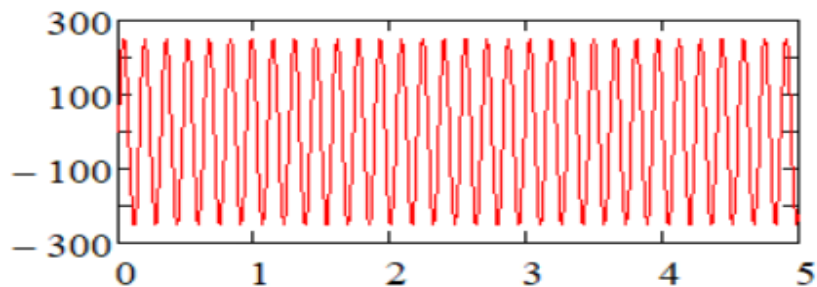


Рисунок 5.21. Ускорение земли $\omega_1 = 40$ рад/с

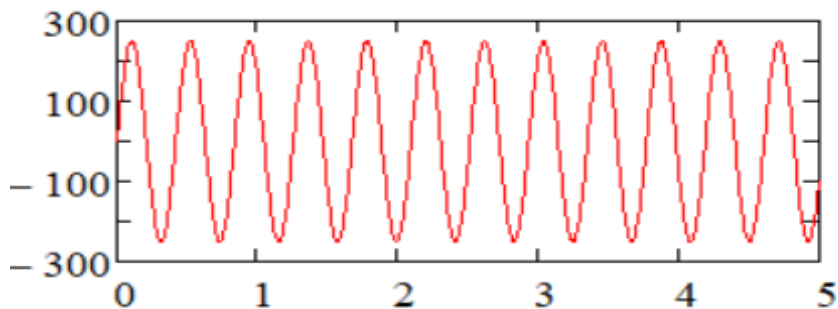


Рисунок 5.22. Ускорение земли $\omega_2 = 15$ рад/с

Результаты расчета: (Таблица 5.12, Рисунок 5.23-5.25)

Таблица 5.12 Результаты расчета

Частоты системы (рад/с)
16.796
37.655

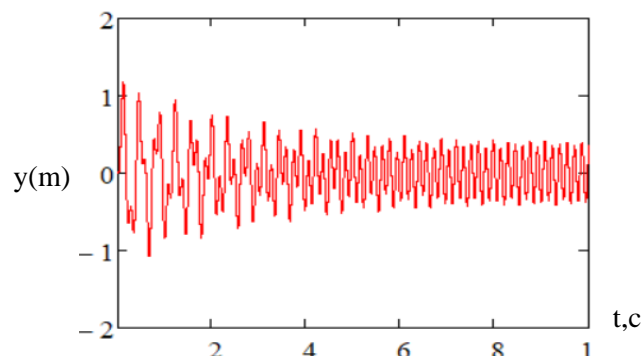


Рисунок 5.23 Перемещения массы m_1 при $\omega_1=40$ рад/с

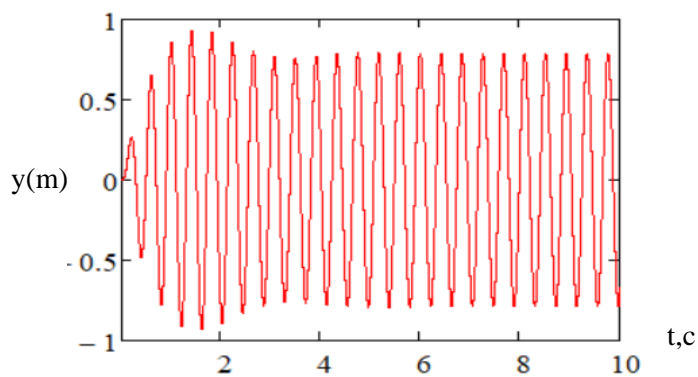


Рисунок 5.24 Перемещения массы m_2 при $\omega_2=10$ рад/с

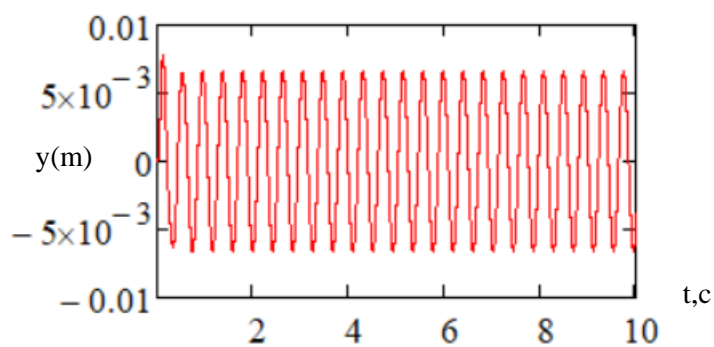


Рисунок 5.25 Перемещения массы m_1 при $\omega_2=10$ рад/с

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Диссертационная работа выполнена в соответствии с задачами исследования.

Основные выводы по результатам работы:

1-Предложены и развиты основные (общие) положения расчета зданий и сооружений при кинематических (сейсмических) воздействиях как нелинейных систем с конечным числом степеней свободы, расчетная схема которых представлена, как и в основном нормативном документе (СП 14.13330.2018) в виде упругого стержня с присоединенными на уровнях перекрытий и покрытия массами.

2- В соответствии с принятой расчетной схемой на базе спектрального подхода и шагового метода по времени разработаны алгоритмы и проведены расчеты конструкций на сейсмические воздействия с учетом изменений конструктивных схем в процессе колебаний.

3-Разработан общий алгоритм нелинейного расчета конструкций зданий при изменении обобщенной жесткости (матрицы жесткости), которая определяется из статического расчета конструкций на действие сейсмических сил, вычисленных на предыдущем этапе и представленных в виде разложения по формам собственных колебаний.

4-Предложена методика оценки коэффициента K_1 (СП 14.13330.2018), учитывающего неупругие деформации, как отношения сейсмических сил, предшествующих началу разрушений конструкций к величинам сейсмических сил, при которых начинается развитие неупругих деформаций.

На трех примерах расчета проанализированы различные варианты учета неупругих деформаций при оценке несущей способности конструкций

- При образовании пластических шарниров;

- Вычисленные с учетом развития неупругих деформаций в сжато-изогнутых элементах (колоннах) значения K_1 заметно выше приведенных в СП 14.13330.2018 для зданий из сборных железобетонных конструкций.

5- Разработаны методика, алгоритмы и программа расчета систем с конечным числом степеней свободы, в том числе, ряда виброзащитных систем (с гасителями колебаний, с выключающимися или разрушающимися связями) при произвольных кинематических, в том числе, сейсмических воздействиях

6-Записаны, практически в замкнутом виде, расчётные зависимости и дан анализ эффективности систем с 2-мя степенями свободы, включающие гасители колебаний с разными схемами установки гасителей (как массы m_1 или m_2), при воздействиях, характерных для машин с вращающимися частями, при всех режимах работы и, в том числе, при прохождении через резонанс;

7-В рамках поставленной в работе задачи дан метод и на примерах расчета дана оценка влияния колебаний фундаментов на величину сейсмических сил и, как следствие, на напряженно-деформированное состояние конструкций зданий:

- построены передаточные и импульсные переходные функции, и на их основе – метод расчета горизонтально-вращательных колебаний фундамента на действии горизонтальной составляющей и момента, передающихся от сейсмических сил на верхнюю грань фундамента;

- на двух примерах расчета дана оценка влияния жесткости надфундаментного сооружения на величины дополнительных сейсмических сил, связанных с колебаниями фундамента

Рекомендации и перспективы дальнейшей разработки темы:

Проведение численных расчетов металлических и деревянных конструкций при сейсмических воздействиях, используя шаговый метод по времени, и определение

общего динамического характера и точных значений коэффициента K_1 для такого типа сооружений.

Использовать и развивать предложенный подход расчета систем с нелинейными характеристиками при сейсмических воздействиях, основный на ИП и ИПФ, для других типов динамических нагрузок.

Проведение численных расчетов сейсмических сил с учетом смещения фундамента, используя предложенный в работе подход, и поиск оптимальных параметров для других типов фундаментов.

СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ

ДСС - две степени свободы

ИПФ - импульсная переходная функция

КЧСС - конечное число степеней свободы

ОСС - одна степень свободы

ПФ - передаточная функция

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Amr S. E., Luigi Di S. Fundamentals of earthquake engineering / Amr S. E., Luigi Di S. — TA654.6.E485. — Hong Kong: British Library, 2008 — 459 с.
- [2] Victor G., Federico M. Earthquake Engineering for Structural Design / Victor G., Federico M. — 1st Edition. — London: CRC Press, 2014 — 584 с.
- [3] Datta T. K. Seismic Analysis of Structures / Datta T. K. — 1st. — Delhi, India: John Wiley & Sons, 2010 — 464 с.
- [4] Halûk S., Sinan A. Basic Earthquake Engineering: From Seismology to Analysis and Design / Halûk S., Sinan A. — illustrated. — : Springer International Publishing, 2014 — 288 с.
- [5] Akkar S., Bommer J. Empirical Equations for the Prediction of PGA, PGV, and Spectral Accelerations in Europe, the Mediterranean Region, and the Middle East/ Akkar S., Bommer J. // Seismological Research Letters . — 2010. — № 81(2). — С. 195-206.
- [6] Theodore L. K., Tony B., Martin S. W. Development of nonlinear analytical model and seismic analyses of a steel frame with self-centering devices and viscoelastic dampers / Theodore L. K., Tony B., Martin S. W., // Computers & Structures. — 2011. — № 89. — С. 1232-1240.
- [7] Stein S., Wyssession M. An Introduction to Seismology, Earthquakes, and Earth Structure / Stein S., Wyssession M. — 978-1-118-68745-1. — : Wiley-Blackwell, 2013 — 512 с.

- [8] Lowrie W. Fundamentals of Geophysics / Lowrie W. — 2. — Cambridge: Cambridge University Press, 2007 — 393 c.
- [9] Johnston J.F., White S.R. Understanding the Meckering earthquake, Western Australia, 14 October 1968 / Johnston J.F., White S.R. — 1 st . — : Geological Survey of Western Australia, 2018 — 26 c.
- [10] Chen Z.F. , Lui E.M., Earthquake Engineering for Structural Design / Chen Z.F. , Lui E.M., — 1st Edition. — Boca Raton: CRC Press, 2005 — 264 c.
- [11] Bozorgnia Y. , Bertero , V.V. Earthquake Engineering [Текст] / Bozorgnia Y. , Bertero , V.V. — 1st Edition. — Boca Raton: CRC Press, 2004 — 976 c. — doi:10.1201/9780203486245.
- [12] Braile L. Seismic wave demonstrations and animations / Braile L. // Purdue University. — 2010. — № 8. — C. 1-15.
- [13] Ryden N. wave analysis for non-destructive testing of concrete plate structures / Ryden N. // Proc. SAGEEP. — Proc. SAGEEP:, 2003. — C. 783-793.
- [14] Sheriff R.E., Geldart L.P. Exploration Seismology / Sheriff R.E., Geldart L.P. — 2. — Cambridge : Cambridge University Press, 1995 — 273 c.
- [15] Gedge M., Hill M. Theory of surface acoustic wave devices for particle manipulation / Gedge M., Hill M. // In Microscale Acoustofluidics. Royal Society of Chemistry. — 2014. — № 4. — C. 337-353.
- [16] Acun B., Sucuog H. Performance of Reinforced Concrete Columns Designed for Flexure under Severe Displacement Cycles/ Acun B, Sucuog H. // ACI Structural Journal. — 2010. — № 107(3). — C. 364-371.

- [17] James M.W. Lateral loading and response for a tall building in the non-seismic doldrums / James M.W. // *Engineering Structures*. — 2005. — № 27. — C. 1801-1812.
- [18] Martina S. , Sebastiano G. , Fabio F. , Fulvio P. Impact of seismic retrofitting on progressive collapse resistance of RC frame structures / Martina S. , Sebastiano G. , Fabio F. , Fulvio P., // *Engineering Failure Analysis*. — 2022. — № 131. — C. 105-123.
- [19] Jianchen Z. , Hongxing Q. , Jian S. , Hongbo J. Seismic performance evaluation of different strategies for retrofitting RC frame buildings / Jianchen Z. , Hongxing Q. , Jian S. , Hongbo J. // *Structures*. — 2021. — № 34. — C. 2355-2366.
- [20] Zhong M. , Minghao L. , Angela L. , Jingfeng W. , Lina Z. , Wenchen D. Seismic performance of single-storey light timber-framed buildings braced by gypsum plasterboards considering rigidity of ceiling diaphragms, / Zhong M. , Minghao L. , Angela L. , Jingfeng W. , Lina Z. , Wenchen D. // *Structures*. — 2022. — № 41. — C. 1207-1219.
- [21] Xu-Yang Cao, Dejian Shen , De-Cheng Feng , Chun-Lin Wang , Zhe Qu , Gang Wu Seismic retrofitting of existing frame buildings through externally attached sub-structures: State of the art review and future perspectives, / Xu-Yang Cao, Dejian Shen , De-Cheng Feng , Chun-Lin Wang , Zhe Qu , Gang Wu // *Journal of Building Engineering*. — 2022. — № 57. — C. 104-125.
- [22] Reza M.A. *Seismic Rehabilitation Methods for Existing Buildings* / Reza M.A. — 1st Edition. — Tehran, Iran: Butterworth-Heinemann, 2020 — 680 c.
- [23] Roshen J., Aman M., Shahria A. Seismic performance upgrade of substandard RC buildings with different structural systems using advanced retrofit techniques /

- Roshen J., Aman M., Shahria A. // Journal of Building Engineering. — 2022. — № 59. — C105-155.
- [24] Weizhi X., Dongsheng D., Shuguang W., Weiqing L., Weiwei L. Shaking table tests on the multi-dimensional seismic response of long-span grid structure with base-isolation / Weizhi X., Dongsheng D., Shuguang W., Weiqing L., Weiwei L., // Engineering Structures. — 2019. — № 201. — C. 109-802.
- [25] Stefano S. , Iacopo C. , Gloria T. Seismic assessment and dissipative bracing retrofit-based protection of infills and partitions in RC structures / Stefano S. , Iacopo C. , Gloria T. // Engineering Structures. — 2023. — № 281. — C. 115-132.
- [26] Afraa L. H. , AHM M. B., Influence of ground motion duration and isolation bearings on the seismic response of base-isolated bridges / Afraa L. H. , AHM M. B., // Engineering Structures. — 2020. — № 222. — C.111-129.
- [27] Victor V. K., Andrei V. P., Peter S. V. An advanced seismic analysis of an NPP powerful turbogenerator on an isolation pedestal / Victor V. K., Andrei V. P., Peter S. V. // Nuclear Engineering and Design. — 2007. — № 237. — C. 1315-1324.
- [28] Asad N., Jinkoo K. Seismic performance evaluation of a multi-slit damper / Asad N., Jinkoo K. // Engineering Structures. — 2019. — № 15. — C. 332-346.
- [29] Tubaldi E., Barbato M. , Dall'Asta A. Performance-based seismic risk assessment for buildings equipped with linear and nonlinear viscous dampers / Tubaldi E., Barbato M. , Dall'Asta A. // Engineering Structures. — 2014. — № 78. — C. 90-99.
- [30] Palacios-Quiñonero F. , Rubió-Massegú J. , Rossell J.M., Karimi H.R. Advanced computational design of shared tuned mass-inerter dampers for vibration control of

- adjacent multi-story structures / Palacios-Quiñonero F. , Rubió-Massegú J. , Rosse J.M., Karimi H.R. // IFAC-PapersOnLine. — 2017. — № 50. — С. 8-13.
- [31] Dhanaraj M. P., Keshav K. S. Seismic Behaviour of Different Bracing Systems in High Rise 2-D Steel Buildings / Dhanaraj M. P., Keshav K. S. // Structures. — 2015. — № 3. — С. 282-305.
- [32] Paolo R. Earthquakes and Sustainable Infrastructure [Текст] / Paolo R. — 1st Edition. — : Elsevier, 2021 — 672 с.
- [33] Ehsan H., Lahmer T., Sreekanth B., Mohammad K. Earthquake Safety Assessment of Buildings through Rapid Visual Screening / Ehsan H., Lahmer T., Sreekanth B., Mohammad K. // Buildings. — 2020. — № 10(3). — С. 51-65.
- [34] Rajasekaran S. Structural Dynamics of Earthquake Engineering / Rajasekaran S. — 1st . — : Woodhead Publishing, 2009 — 896 с.
- [35] Charles J. A., Aaron A. V., Thorne L., Terry C. W. Foundations of Modern Global Seismology / Charles J. A., Aaron A. V., Thorne L., Terry C. W. — 2nd Edition. — : Elsevier Science, 2020 — 604 с.
- [36] СНиП II-7-81. Строительство в Сейсмических Районах. М., 2010, 14.13330, С.5-7..
- [37] Khaldoon A. B.i, Abdallah I. M. A Multi-step approach to generate response-spectrum-compatible artificial earthquake accelerograms / Khaldoon A. B.i, Abdallah I. M. // Soil Dynamics and Earthquake Engineering. — 2017. — № 97. — С. 117-132.

- [38] Fabio M. Wind and earthquake dynamic responses of fire-exposed steel framed structures / Fabio M. // Soil Dynamics and Earthquake Engineering. — 2015. — № 78. — C. 218-229.
- [39] Youssef M.A. , Jeffrey J. H. , Birger S. , John C. Seismic design and analysis of underground structures / Youssef M.A. , Jeffrey J. H. , Birger S. , John C. // Tunnelling and Underground Space Technology. — 2001. — № 16. — C. 247-293.
- [40] AliReza H., Hamid M. Nonlinear sensitivity analysis of reinforced concrete frames / AliReza H., Hamid M. // Finite Elements in Analysis and Design. — 2010. — № 46. — C. 571-584.
- [41] Can B. , Erol K. Nonlinear seismic response evaluation of tunnel form building structures / Can B. , Erol K. // Computers & Structures. — 2003. — № 81(3). — C. 153-165.
- [42] Tarta G., Pintea A. Seismic Evaluation of Multi-Storey Moment-Resisting Steel Frames With Stiffness Irregularities Using Standard and Advanced Pushover Methods / Tarta G., Pintea A. // Procedia Engineering. — 2012. — № 40. — C. 445-450.
- [43] Qingxiong W. , Mistuhiro Y. , Kazuo T. , Shozo N. , Tadashi N. Nonlinear seismic properties of the Second Saikai Bridge: A concrete filled tubular (CFT) arch bridge / Qingxiong W. , Mistuhiro Y. , Kazuo T. , Shozo N. , Tadashi N., //Engineering Structures. — 2006. — № 28. — C. 163–182.
- [44] Riahi H.T., Estekanchi H.E. , Seyedain B.S. Application of Endurance Time Method in Nonlinear Seismic Analysis of Steel Frames/ Riahi H.T., Estekanchi H.E. , Seyedain B.S. // Procedia Engineering. — 2011. — № 14. — C. 3237-3244.

- [45] Wei L. , Qianwei S. , Huiquan M. , Jie L. Nonlinear stochastic seismic analysis of buried pipeline systems / Wei L. , Qianwei S. , Huiquan M. , Jie L. // Soil Dynamics and Earthquake Engineering. — 2015. — № 74. — С. 69-78.
- [46] Thermou G.E. , Elnashai A.S., Plumier A., Doneux C. Seismic design and performance of composite frames / Thermou G.E. , Elnashai A.S., Plumier A., Doneux C. // Journal of Constructional Steel Research. — 2004. — № 60. — С. 31-57.
- [47] Yanglin Gong , Lei Xu , Don E. Grierson Sensitivity analysis of steel moment frames accounting for geometric and material nonlinearity / Yanglin Gong , Lei Xu , Don E. Grierson // Computers & Structures. — 2006. — № 84. — С. 462-475.
- [48] Yuanfeng B. , Guanlin Y. , Bin Y. , Feng Z. Seismic evaluation of soil–foundation–superstructure system considering geometry and material nonlinearities of both soils and structures / Yuanfeng B. , Guanlin Y. , Bin Y. , Feng Z., // Soils and Foundations. — 2012. — № 52. — С. 257-278.
- [49] Чернов, Ю. Т. Передаточные и импульсные переходные функции в задачах динамического расчета массивных фундаментов и систем виброизоляции / Ю. Т. Чернов, А. И. Новожилов // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. – 2006. – № 1. – С. 55-59.
- [50] Чернов Ю.Т. О некоторых алгоритмах расчета нелинейных систем с конечным числом степеней свободы // Сейсмостойкое строительство.Безопасность сооружений.-2004.№5.С.34-42.
- [51] Солодников В.В. Статистическая динамика линейных систем автоматического управления /В.В. Солодников-М:Физматгиз,1960,470с.

- [52] Anil K Chopra Dynamics of Structures Theory and Applications to Earthquake Engineering / Anil K Chopra — 4. — California: Prentice Hall, 2012 — 980 с.
- [53] Nagarajaiah S., Ertan S. Structures with Semiactive Variable Stiffness / Nagarajaiah S., Ertan S. // Journal of Structural Engineering. — 2007. — № 33. — С. 67-77.
- [54] Shih-Ho C., Subhash C., Soon-Sik L. A. Seismic Design Lateral Force Distribution Based on Inelastic State of Structures / Shih-Ho C., Subhash C., Soon-Sik L. A. // Earthquake Spectra. — 2007. — № 23. — С. 547-569.
- [55] Michael H., Erol K. Special issue on computational simulation in structural engineering / Michael H., Erol K. // Journal of Structural Engineering. — 2014. — № 140. — С. 1943-1960.
- [56] Чернов Ю.Т. Прикладные методы динамики сооружений(метод нормальных форм и его приложение. М.:Изд-во ABC изд. 2001. 80 с..
- [57] Чернов Ю.Т., Кбейли Джаафар К расчету конструкций на сейсмические воздействия с учетом изменений конструктивной схемы в процессе колебаний // СЕЙСМОСТОЙКОЕ СТРОИТЕЛЬСТВО. БЕЗОПАСНОСТЬ СООРУЖЕНИЙ. 2020. №3. С. 19-30..
- [58] Чернов Ю.Т. Прикладные методы динамики сооружений (Метод «нормальных форм» и его приложение)/ Ю.Т. Чернов- М.: Изд-во АСВ, 2001. – 80 с..
- [59] Чернов Ю.Т. Вибрации Строительных Конструкций. 2 изд. М: Издательство ABC, 2011. 384 с..

- [60] Амосов, А. А., Сеницын, С. Б. Основы теории сейсмостойкости сооружений / А. А. Амосов, С. Б. Сеницын — -м:АВС изд. — Москва: Издательство Ассоциации Строительных ВУЗов, 2001 — 96 с.
- [61] Чернов Ю. Т., Кбейли Джаафар оценка сейсмических сил при измененных в процессе колебаний конструктивных схемах / Чернов Ю. Т., Кбейли Джаафар // Строительная Механика Инженерных Конструкций И Сооружений. — 2021. — № 17(4). — С. 391-403., — DOI 10,22363/1815-5235-2021-17-4-391-403.
- [62] Hakim R.A., Alama·M.S., Ashour S.A. Seismic Assessment of RC Building According to ATC 40, FEMA 356 and FEMA 440 / Hakim R.A., Alama·M.S., Ashour S.A. // Arabian Journal for Science and Engineering. — 2014. — № 39. — С. 7691–7699.
- [63] Джинчвелашвили, Г. А. Оценка точности нелинейного статического метода анализа сейсмостойкости сооружений / Г. А. Джинчвелашвили, С. В. Булушев // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2017. – № 2. – С. 41-48.
- [64] Булушев, С. В., Джинчвелашвили, Г. А., Колесников, А. В. Нелинейный статический метод анализа сейсмостойкости зданий и сооружений [Текст] / С. В. Булушев, Г. А. Джинчвелашвили, А. В. Колесников // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений., — 2016. — № 5. — С. 37-50.
- [65] Чернов Ю.Т., Зебилила М.Д.Х. Расчет систем виброизоляции оборудования, в том числе, с нелинейными характеристиками/ Ю.Т. Чернов, М.Д.Х. Зебилила // строительная механика и расчет сооружений. — 2017. — № 4. — С. 47-54..
- [66] Чернов Ю.Т. Вибрации строительных конструкций. (Аналитические методы расчета. Основы проектирования и нормирования вибраций строительных

конструкций, подвергающихся эксплуатационным динамическим воздействиям). Научное издание. – 2-е изд., испр. И доп.-е.

- [67] Осипова М.В. Расчет виброизолированных систем на динамические нагрузки с использованием передаточных функций/ М.В. Осипова // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. – 2013. – № 4. – С. 18-20.
- [68] Рекомендации по виброзащите несущих конструкций производственных зданий. М.: ЦНИИСК им. Кучеренко, 1998. – 151 с.
- [69] Чернов Ю.Т., Зебилина М.Д.Х. К расчету систем виброизоляции с демпферами вязкого трения/ Ю.Т. Чернов, М.Д.Х. Зебилина // Сейсмостойкое.
- [70] Satish N. Seismic response control of smart sliding isolated buildings using variable stiffness systems: An experimental and numerical study / Satish N. // Earthquake Engineering & Structura. — 2006. — № 35(2). — С. 177 - 197.
- [71] Waseem K., Dr. Saleem A., Aslam H. Non-linear time history analysis of tall structure for seismic load using damper/ Waseem K., Dr. Saleem A., Aslam H. // International Journal of Scientific and Research Publications. — 2014. — № 4. — С. 1-5.
- [72] Шошитаишвили, Н. Г. Фундаменты в условиях сейсмических и динамических воздействий / Н. Г. Шошитаишвили // Международный студенческий научный вестник. – 2018. – № 4-7. – С. 1113-1119.
- [73] Jeremić B. Influence of soil-foundation-structure interaction on seismic response of the I-880 Viaduct / B. Jeremić, S. Kunnath // Engineering Structures. – 2003. – № 3. – С. 391-402.

- [74] Kaleem A. Dynamic Soil-Structure Interaction / Kaleem A. — 978-3845418278. — : LAP LAMBERT Academic Publishing, 2011 — 100 с.
- [75] Хажигумаровна, Д.С. ПРОБЛЕМЫ ТЕОРИИ И ПРАКТИКИ СЕЙСМОСТОЙКОСТИ ЗДАНИЙ И СООРУЖЕНИЙ / Д.С. Хажигумаровна, Т.К. Еркиновна, С.С. Гулам // Евразийский Союз Ученых. — 2020. — Т. 11, № 80. — С. 48-53..
- [76] Конструктивная сейсмобезопасность зданий и сооружений в сложных грунтовых условиях / Н. П. Абовский [и др.] ; под ред. Н. П. Абовского ; Сибирский федеральный ун-т [и др.] ;. — Препринт. — Красноярск : СФУ, 2009. — 184 с.
- [77] Чернов Ю. Т., Кбейли Д. Учет горизонтально-вращательных колебаний фундаментов при вычислении сейсмических сил / Ю. Т. Чернов, Д. Кбейли // Вестник НИЦ Строительство. — 2021. — № 4(31). — С. 66-78. — DOI 10.37538/2224-9494-2021-4(31)-66-78.
- [78] Чернов Ю.Т., Зебилина М.Д.Х. Плоские колебания массивного тела при смещении основания/ Ю.Т. Чернов, М.Д.Х. Зебилина // Основания, Фундаменты и механика грунтов. — 2018. - №3. — С. 18-22..
- [79] Волкова М. В., Чернов Ю. Т., Кбейли Джаафар Расчет массивных фундаментов, заглубленных в грунт, под виброизолированное и невиброизолированное оборудование / Волкова М. В., Чернов Ю. Т., Кбейли Джаафар // Известия Высших Учебных Заведений. — 2020., — № 7(739). — С. 5-12.
- [80] Савинов, О.А. Современные конструкции фундаментов под машины и их расчет. — 2-е изд. — Л.: Стройиздат, 1979. — 346 с..

- [81] Пятецкий, В.М., Александров, Б.К., Савинов, О.А. Современные фундаменты машин и их автоматизированное проектирование. – М.: Стройиздат, 1993. – 415 с.
- [82] Чернов, Ю. Т. Вибрации строительных конструкций. Аналитические методы расчета. Основы проектирования и нормирования вибраций строительных конструкций, подвергающихся эксплуатационным динамическим воздействиям / Ю. Т. Чернов, — 2-е изд.. — Москва: АВС, 2011 — 382 с.
- [83] Чернов, Ю. Т. К расчету систем виброизоляции с демпферами вязкого трения / Ю. Т. Чернов // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. — 2018. — № 2. — С. 34–38.
- [84] Коренев, Б.Г., Рабинович, И.М. Динамический расчет зданий и сооружений (Справочник проектировщика). – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Стройиздат, 1984. – 303 с.
- [85] Бахвалов, Н. С., Жидков, Н. П., Кобельков, Г. М. Численные методы алгебры / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков — 6-е изд.. — Москва : Лаборатория знаний, 2008 — 636 с.
- [86] Жидков, Н. П., Бахвалов, Н. С., Кобельков, Г. М. Численные методы / Н. П. Жидков, Н. С. Бахвалов, Г. М. Кобельков — 8-е изд.. — Москва: Лаборатория знаний, 2015 — 629 с.
- [87] Руководство по проектированию виброизоляции машин и оборудования. – М.: Стройиздат, 1972. – 157 с.
- [88] J. Qbaily, M. Jazzan, Y. Chernov, A. S. Markovich Evaluation of the changes in the structure’s dynamic properties on the seismic forces during the vibration process. / J.

Qbaily, M. Jazzan, Y. Chernov, A. S. Markovich // AIP Conference Proceedings. — 2022, . — № 2559, 050015. — C. 1-9. — DOI 10.1063/5.0099028.

- [89] Bergami A., Nuti C., Lavorato D., Fiorentino G., Briseghella B. IMPA β : Incremental Modal Pushover Analysis for Bridges / Bergami A., Nuti C., Lavorato D., Fiorentino G., Briseghella B. // Applied Sciences. — 2020. — № 10(12). — C. 42-56.
- [90] Amelia K., Naveed A. Applicability and Application of Pushover Analysis Methods for Performance Evaluation for Tall Buildings / Amelia K., Naveed A. // a.concept '10. — Manila, Philippines., 2010. — C. 124-135.
- [91] Moroni M, Sarrazin M, Soto P. Behavior of instrumented base-isolated structures during the 27 February 2010 Chile Earthquake / Moroni M, Sarrazin M, Soto P. // Earthquake Spectra. — 2012. — № 28(1). — C. 407-424.
- [92] Kasai K., Mita A., Kitamura H., Matsuda K., Morgan A., Taylor W. Performance of seismic protection technologies during the 2011 Tohoku-Oki Earthquake / Kasai K., Mita A., Kitamura H., Matsuda K., Morgan A., Taylor W., // Earthquake Spectra. — 2013. — № 29(1). — C. 65–93.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Программа расчета каркасного здания (шаговый метод по времени)

число степеней свободы G

$$G := 5$$

$$n := G$$

$$\text{ORIGIN} := 1$$

матрица жесткости

$$K := \begin{pmatrix} 1439192.685 & -773603.948 & 105965.561 & -8887.071 & 1926.506 \\ -773603.948 & 1332809.154 & -763191.586 & 105158.031 & -7267.12 \\ 105965.561 & -763191.586 & 1331470.581 & -761796.218 & 96621.983 \\ -8887.071 & 105158.031 & -761796.218 & 1307113.5 & -641822.356 \\ 1926.506 & -7267.12 & 96621.983 & -641822.356 & 549756.117 \end{pmatrix}$$

матрица масс

$$M := \begin{pmatrix} 339.56 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 339.56 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 339.56 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 339.56 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 321.7 \end{pmatrix}$$

определять частоты собственных колебаний системы P

$$B := M^{-1} \cdot K$$

$$\lambda := \text{eigenvals}(B)$$

$$i := 1 .. n$$

$$P_i := \sqrt{\lambda_i}$$

$$P = \begin{pmatrix} 89.713 \\ 74.512 \\ 53.971 \\ 31.927 \\ 10.507 \end{pmatrix}$$

$$X_{i,r} := \frac{Z_{i,r}}{N_r}$$

$$X = \begin{pmatrix} 0.020898 & -0.031976 & -0.031065 & 0.02154 & 0.007533 \\ -0.030377 & 0.020616 & -0.014544 & 0.033235 & 0.016767 \\ 0.031279 & 0.01288 & 0.027876 & 0.020337 & 0.024699 \\ -0.023077 & -0.032236 & 0.019563 & -0.007905 & 0.030464 \\ 0.008873 & 0.01757 & -0.025346 & -0.030827 & 0.033591 \end{pmatrix}$$

$$X^T \cdot M \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$X^T \cdot K \cdot X = \begin{pmatrix} 8.048 \times 10^3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5.552 \times 10^3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2.913 \times 10^3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.019 \times 10^3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 110.395 \end{pmatrix}$$

определять сейсмической силы

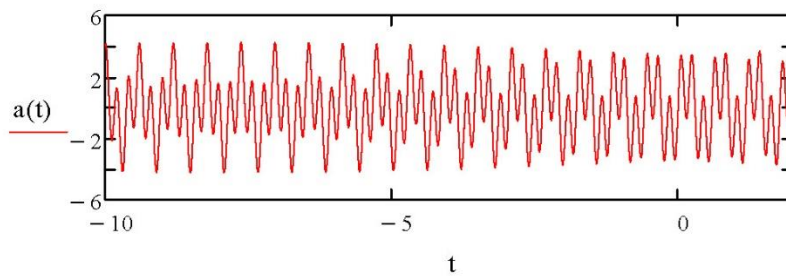
вектор времени

$$tt := \begin{cases} \text{for } v \in 1..2000 \\ \quad \left| \begin{array}{l} tt_v \leftarrow 0 \text{ if } v = 1 \\ \quad tt_v \leftarrow tt_{v-1} + 0.005 \text{ if } v > 1 \end{array} \right. \\ \quad tt \end{cases}$$

v := 1 .. 2000

ускорение основания

$$a(t) := 1.75 \sin(P_5 t) + 2.5 \cdot \sin(P_4 t)$$



t_v := tt_v

определять сейсмической силы в каждый момент

$$nt := \frac{T_1}{100} \quad T = \begin{pmatrix} 0.07 \\ 0.084 \\ 0.116 \\ 0.197 \\ 0.598 \end{pmatrix} \quad nn_i := \frac{0.02 \cdot \pi}{T_i} \quad nn = \begin{pmatrix} 0.897 \\ 0.745 \\ 0.54 \\ 0.319 \\ 0.105 \end{pmatrix}$$

$$nt = 7.004 \times 10^{-4}$$

ii := 1 .. 100

```
tt := | for ii ∈ 1 .. 100
      | for i ∈ 1 .. 5
      |   | ttii,i ← nt if ii = 1
      |   | ttii,i ← nt·ii if ii > 1
      |   | 0 otherwise
      | tt
```

$$\text{iii} := 1..99$$

$$d1_{ii,i} := e^{\frac{-0.02 \cdot \pi}{T_i} \cdot tt_{ii,i}} \sin\left(tt_{ii,i} \cdot \frac{2 \cdot \pi}{T_i}\right)$$

$$d2_{ii,i} := e^{\frac{-0.02 \cdot \pi}{T_i} \cdot tt_{ii,i}} \cos\left(tt_{ii,i} \cdot \frac{2 \cdot \pi}{T_i}\right)$$

$$\frac{-nn \cdot \pi}{T} = \begin{pmatrix} -40.242 \\ -27.76 \\ -14.564 \\ -5.097 \\ -0.552 \end{pmatrix}$$

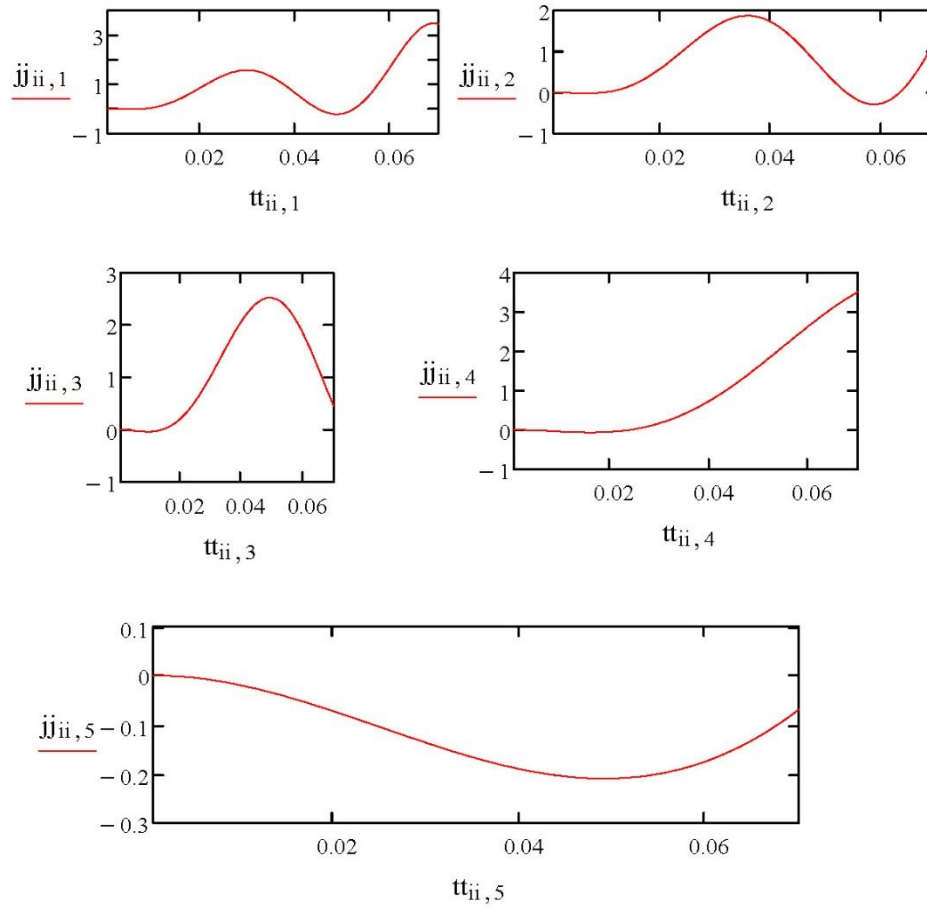
$$f1_{1,i} := \int_0^{tt_{1,i}} a\left(\frac{\tau}{2}\right) \cdot e^{\frac{0.02 \cdot \pi \cdot \tau}{T_i}} \cdot \cos\left(\frac{\tau}{2} \cdot \frac{2 \cdot \pi}{T_i}\right) d\tau$$

$$f1_{iii+1,i} := \int_{tt_{iii,i}}^{tt_{iii+1,i}} a\left(\frac{\tau}{2}\right) \cdot e^{\frac{0.02 \cdot \pi \cdot \tau}{T_i}} \cdot \cos\left(\frac{\tau}{2} \cdot \frac{2 \cdot \pi}{T_i}\right) d\tau + f1_{iii,i}$$

$$f2_{1,i} := \int_0^{tt_{1,i}} a\left(\frac{\tau}{2}\right) \cdot e^{\frac{0.02 \cdot \pi \cdot \tau}{T_i}} \cdot \sin\left(\frac{\tau}{2} \cdot \frac{2 \cdot \pi}{T_i}\right) d\tau$$

$$f2_{iii+1,i} := \int_{tt_{iii,i}}^{tt_{iii+1,i}} a\left(\frac{\tau}{2}\right) \cdot e^{\frac{0.02 \cdot \pi \cdot \tau}{T_i}} \cdot \sin\left(\frac{\tau}{2} \cdot \frac{2 \cdot \pi}{T_i}\right) d\tau + f1_{iii,i}$$

$$\ddot{j}_{ii,i} := \frac{2 \cdot \pi}{T_i} \cdot (d1_{ii,i} \cdot f1_{ii,i} - d2_{ii,i} \cdot f2_{ii,i})$$



$$S_{i,r} := m_i \cdot X_{i,r} \quad \sum_{i=1}^n (X_{i,r} \cdot m_i)$$

$$S = \begin{pmatrix} 9.717 & 18.16 & 7.426 & -5.967 & -5.536 \\ -14.124 & -11.708 & 3.476 & -9.206 & -12.322 \\ 14.544 & -7.315 & -6.663 & -5.634 & -18.151 \\ -10.73 & 18.307 & -4.676 & 2.19 & -22.388 \\ 3.908 & -9.454 & 5.74 & 8.09 & -23.386 \end{pmatrix}$$

$$SH1 := \begin{bmatrix} \sqrt{\sum_{i=1}^5 (S_{1,i})^2} \\ \sqrt{\sum_{i=1}^5 (S_{2,i})^2} \\ \sqrt{\sum_{i=1}^5 (S_{3,i})^2} \\ \sqrt{\sum_{i=1}^5 (S_{4,i})^2} \\ \sqrt{\sum_{i=1}^5 (S_{5,i})^2} \end{bmatrix}$$